

2024 June

**In The Field Of Science
AND MATHEMATICS**

**Research And
Evaluations**

EDITOR

Prof. Dr. Hasan AKGÜL

gece
kitaplığı

İmtiyaz Sahibi • Yaşar Hız
Genel Yayın Yönetmeni • Eda Altunel
Yayına Hazırlayan • Gece Kitaplığı
Editor • Prof. Dr. Hasan AKGÜL

Birinci Basım • Haziran 2024 / ANKARA

ISBN • 978-625-425-759-9

© copyright

Bu kitabın yayın hakkı Gece Kitaplığı'na aittir.
Kaynak gösterilmeden alıntı yapılamaz, izin almadan
hiçbir yolla çoğaltılamaz.

Gece Kitaplığı

Adres: Kızılay Mah. Fevzi Çakmak 1. Sokak Ümit Apt
No: 22/A Çankaya/ANKARA Tel: 0312 384 80 40

www.gecekitapligi.com
gecekitapligi@gmail.com

Baskı & Cilt
Bizim Buro
Sertifika No: 42488

Research And Evaluations In The Field Of Science And Mathematics

June 2024

Editor:
Prof. Dr. Hasan AKGÜL

İÇİNDEKİLER

BÖLÜM 1

CENTAUREA CİNSİNDEKİ (ASTERACEAE) TÜRLERİN SINIFLANDIRILMASINA YÖNELİK PALİNOMORFOLOJİK TERMİNOLOJİ: BİR DERLEME

Burcu YILMAZ ÇITAK, Betül KABALCI 1

BÖLÜM 2

DÜNYA MUTLULUK VERİLERİNİN PANEL VERİ ANALİZİ İLE İNCELENMESİ

Gökhan UYAR, Özlem KAYMAZ 17

BÖLÜM 3

İKİLİ TOPOLOJİK UZAYLARDA YER ALAN BAZI TEMEL KAVRAMLAR VE TEOREMLER

Güzide ŞENEL..... 41

BÖLÜM 4

ANATOMİ EĞİTİMİNDE BİYOLOJİ ÖĞRETMEN ADAYLARINA ÖNERİLER

Sema ÖZKADİF..... 61

BÖLÜM 5

INTUITIONISTIC FUZZY LEIBNIZ ALGEBRAS

Nil MANSUROĞLU 87

BÖLÜM 1

CENTAUREA CİNSİNDEKİ (ASTERACEAE) TÜRLERİN SINIFLANDIRILMASINA YÖNELİK PALİNOMORFOLOJİK TERMİNOLOJİ: BİR DERLEME

Burcu YILMAZ ÇITAK¹

Betül KABALCI²

1 Doç. Dr. Selçuk Üniversitesi, Fen Fakültesi, Biyoloji Bölümü, Alaeddin Keykubat Kampüsü, Konya, sorumlu yazar: burcuyilmaz@selcuk.edu.tr, ORCID: 0000-0003-3703-7731

2 Lisans Öğrencisi, Selçuk Üniversitesi, Fen Fakültesi, Biyoloji Bölümü, Alaeddin Keykubat Kampüsü, Konya, ORCID: 0009-0005-6823-2662

GİRİŞ

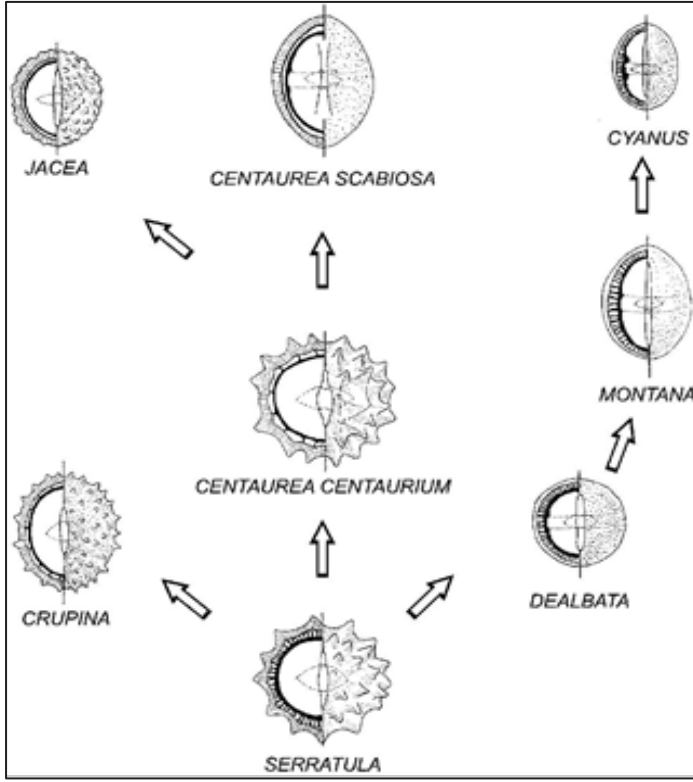
Papatyagiller veya Ayçiçeğigiller ailesi olarak da bilinen Asteraceae, her bir kıtadaki üyelerinin varlığı ile dünyada en geniş yayılışa sahip aile haline gelmekte (Denisow-Pietrzyk vd. 2019) ve dünya çapında yaklaşık 1600 cins ve 2500 tür ile kapalı tohumlu bitkilerin yaklaşık yüzde on beşine ev sahipliği yapmaktadır (Zhang ve Elomaa, 2021; Rolnik ve Olass, 2021; Ali vd., 2023). Bu geniş aile, özellikle tek bir bileşik çiçek başlığında düzenlenmiş çok sayıda minik çiçekten oluşan kendine özgü çiçek yapısıyla tanınır. Ekologlar ve botanikçiler, küresel dağılımları ve çeşitlilikleri nedeniyle Asteraceae familyası üyeleri ile ilgili çalışmalar ortaya koymaktadırlar (Yien vd., 2023). Bu familyada yer alan *Centaurea* L. cinsi, Cardueae Cass. Kabilesi, Centaureinae (Cass.) Dumort. alt kabilesinde yer almakta ve 40 bölüme ayrılmış 250'den fazla tür ihtiva etmektedir (Susanna vd., 2007). Kuaterner buzullaşmalarından sonra genellikle otsu temsilcileri olan cinsler içerisinde hızlı ışınımlar meydana gelmiştir (Rundel vd., 2016). *Centaurea* cinsi dünyada en yaygın dağılıma sahip bitki cinslerinden biri olduğundan, zaman içinde birçok değişikliğe uğramış taksonomisi nedeni ile problemlili ve karmaşık bir cinstir (Sokovic vd., 2017; Hayta vd., 2017). *Centaurea* cinsi bitki sistematiğinin konusu olması ile birlikte, halk hekimliğinde antidiüretik, antiromatizmal, sitotoksik, antidiyabetik, antiinflamatuvar olarak da bilinmekte olup tek veya başka bitki grupları ile karışık olarak kullanılmaktadır (Barrero vd., 1997; Orallo vd., 1978; Raimondo ve Mooney, 2021). Asteraceae ailesi üyelerinin polen taneleri üzerine yapılan araştırmaların kapsamı oldukça geniş olup, bu konuda birçok yayın bulunmaktadır. Fakat daha önce az sayıda yazar bu familya içerisinde yer alan bazı büyük cinslerde bulunan türleri detaylı olarak tanımlamıştır (Punt ve Hoen, 2009).

***Centaurea* Cinsi Palinolojisinin Tarihçesi**

Centaurea cinsinin atası olarak bilinen Wodehouse, cinsin polen morfolojisi üzerine ilk önemli çalışmalarını gerçekleştirmiştir (Wodehouse 1926, 1928, 1935). Wodehouse'nin araştırması çoğunlukla yalnızca Amerika'dan temin edilen taze, asetolize edilmemiş polen tanelerinin kullanılmasıyla yürütülmüştür. Bu nedenle, çalışmasının sonuçları eksinin karakteristik özellikleri hakkında daha az bilgi sağlıyorken; polenin ana hatları ve ekinalar hakkında çok daha fazla bilgi sağlamaktadır. Ancak o dönemde dünya çapında Asteraceae ailesine ait 235 tür üzerine araştırma yapan en önemli yayın Stix (1960) tarafından yayımlanmıştır. Bununla birlikte, Asteraceae ailesinin polen tanelerinin çeşitliliği hakkında, Erdtman vd. (1966), Faegri vd. (1989) ve Moore vd. (1991) gibi palinologların polen tanelerini tanımlamak için kullandıkları önemli yayınlardan elde edilen nispeten daha az şey bilinmektedir. Bu çalışmalardan elde edilen veriler, *Artemisia* ve *Centaurea* cinslerinde

bulunanlar gibi en yaygın polen türleri ile sınırlıdır. Praglowski ve Nilsson'un Avrupa polen tipleri (Erdtman vd., 1966) anahtarında yer alan bilgilerin çoğu yetersiz ve çeşitli polen türlerini tanımlamada çok faydalı değildir. Valdés vd. (1987), Endülüs'ten (İspanya) Asteraceae polenin 1987'deki tanımında, çoğu Akdeniz olan çok çeşitli türlere sahip olmakla birlikte Kuzey Batı Avrupa'da da bulunan polen tiplerini tanımladılar. Kaveanın anahtar özelliği kullanılmamasına rağmen, tanımlama anahtarının anlaşılması kolaydı. Fakat, Faegri vd. (1989) ve Moore vd. (1991) çalışmalarında olduğu gibi polen tipleri, çok sayıda tür içerdiği için belirli türlerin tanımlanması için uygun değildi. Sadece, Faegri vd. (1989) tarafından tanınan tipler şunlardır: *Echinops* tipi, *Artemisia* tipi, *Solidago* tipi, *Antennaria*, *Aster* ve *Filago* ve çok daha fazla cinsi; *Saussurea* tipi, *Arctium*, *Carlina* gibi birkaç cinsi; *Achillea* tipi, *Anthemis*, *Chrysanthemum*, *Matricaria* ve *Serratula* cinslerini; *Cirsium* tipi, *Carduus* cinsini; *Centaurea scabiosa* tipi, *Centaurea nigra* türünü içermektedir. Bu araştırmacılar, birçok türle yapılan çalışmalarında Asteraceae ailesinin polen tiplerinde kaveanın önemini fark etmemiş ve sonuç olarak bu önemli polen karakterini tanımlama anahtarlarında kullanmamışlardır. Benzer şekilde Moore vd. (1991) sınırlı sayıda polen tipleri belirlemişlerdir: *Centaurea nigra*, *Centaurea cyanus*, *Centaurea scabiosa*, *Ambrosia* tipi, *Artemisia*, *Cirsium* (tip değil!), *Aster* tipi, *Anthemis* tipi, *Serratula* tipi vb. (Moore vd., 1991).

Onlarda aynı şekilde önemli özellik olan kaveayı anahtarlarında kullanmamışlardır. Diğer taraftan, Wagenitz (1955) ise, Avrupa'da yayılış gösteren *Centaurea* cinsi ve onunla ilgili bazı cinslerin kapsamlı bir araştırmasını hazırlamış ve polen tipleri belirlemiştir (Şekil 1).



Şekil 1. Wagenitz'in (1955) polen tipi evrim teorisi.

Asteraceae ailesinin polenlerini anlamamıza katkıda bulunan diğer önemli yazarlar arasında, Batı Himalayalar'ın Asteraceae polen türlerini inceleyen Nair (1965), ve Batı Sahra'da yayılış gösterenleri inceleyen Bonnefille'dir (1965). Elektron mikroskobu kullanarak, Skvarla ve meslektaşları (Skvarla ve Larson, 1965; Skvarla ve Turner, 1966; Payne ve Skvarla, 1970) özellikle polen duvarının ultra yapısına odaklanmıştır (Punt ve Hoen, 2009). Punt (2009) asetoliz yöntemini, Avrupa'nın kuzeybatısında dağılım gösteren Asteraceae ailesi türlerinin polen morfolojisini incelemek için kullanmıştır. Türleri ayırt etmek için kullanılan polen karakterleri (örneğin aç, eksin ve seksin) ayrıntılı olarak tanımlanmıştır (Punt ve Hoen, 2009).

Polen tiplerinin sürdürülebilirliği, *Centaurea* cinsinin *Cheirolepis* ve *Phalolépis* bölümleri açısından devam ettirilmiş ve bazı yazarlar tarafından *Helianthoid*, *Cyanus*, *Jacea* tiplerinde polen taneleri tanımlanmıştır (Erkara vd., 2013; Çıtak, 2018; Çıtak vd., 2019). *Centaurea* polen morfolojisi çalışması, polenin genellikle izopolar, monad ve trikolporat açılımına sahip olduğunu ve aynı taksonun farklı yerlerinden

toplanan örneklerde polen açılmasının farklı olduğunu ortaya koymuştur. Spinler arasındaki büyük miktarda değişkenlik, Asteraceae ailesine ait cinslerin veya türlerin ayrılması için güçlü kanıtlar sağlamaktadır. Çıtak (2019), polen büyüklüğünü ve omurilik karakterlerini *Cheirolepis* (Çıtak vd., 2019) bölümünde sistematik değere sahip en faydalı karakterler olarak kanıtlamıştır.

PALİNOLOJİK YÖNTEMLER

Polen tanelerini araştırırken, polenin morfolojisi ve ince yapısı ilgili ayrıntılı ve doğru bilgi sağlamak için bir dizi yöntem ve teknik kullanılmalıdır. Polen tanelerinin hangisinin taze çiçeklerden (herbaryum materyali, yeni toplanmış) ya da çeşitli tortul kayaçlarından, tortullardan ya da topraktan (fosilden yarıfosil polen tanesine) alınması gerektiği, incelenecek örneğe göre polen hazırlama tekniklerinin değişebileceği bilinmektedir. Işık mikroskobu (LM) ve Taramalı Elektron Mikroskobu (SEM) kullanılarak hem taze hem de fosil polen tanelerini incelemek basit olsa da, Geçirimli Elektron Mikroskobu (TEM) taze polen tanelerini incelemek için sıklıkla kullanılmaktadır. Herhangi bir taksonomik değeri doğru şekilde karakterize etmek amacıyla polen taneleri hem LM hem de SEM'de incelenmelidir. Diğer avantajlarının arasında LM, SEM'in sağlayamayacağı endoaperture verilerini vermektedir. Benzer şekilde, LM'nin düşük büyütme ile polen çekirdeğinin yapısını görünmez hale getireceği gibi, SEM üzerinde kapsamlı ayrıntılar sunmaktadır (Halbritter vd., 2018).

A. Işık Mikroskobu Gözlemleri

Polen Tanelerinin Dağılımında Hidrasyon Durumu

Çiçeklenme sırasında polen tanelerinin dehidrasyon düzeyinin belirlenmesi için halihazırda açık olan anterlerden polen toplanmaktadır. Mümkün olan en kısa sürede taze polen taneleri az miktarda saf gliserin içerisine konulmalı ve takip edilmesi gerekir çünkü kısa sürede (genellikle günler veya haftalar içinde) gliserin içinde genleşeceklerdir. Polen tanelerinin dağılma sırasındaki su içeriği değişir ve polen tamamen hidratlanmış, kısmen hidratlanmış veya kısmen kurutulmuş olabilir (Heslop-Harrison, 1979; Nepi vd., 2001; Halbritter vd., 2018).

Polen Polaritesi ve Apertüre Tipini Açıklama

Polen polaritesi ve açıklık tipini belirlemek için, polen tetratlı anterler çiçeklenmeden önce toplanmalıdır (genellikle çiçek tomurcuklarında bulunur). Polen tetratlı anterlerden bir damla su veya gliserinde serbest bırakılabilir. Bir anter sıklıkla hem erken hem de geç tetrad aşamalarındaki (kallos duvarlı veya duvarsız) mikrosporların yanı sıra ilk polen mitozundan önce tetrattan salınan genç mikrosporları ve

olgun polen tanelerini içerir. Örneğin materyalin toluidin mavisi veya bazık fuksin ile boyanması araştırma için faydalı olabilir (Siegel, 1967).

Asetokarmin Boyama: Polen Tanesindeki Hücrelerin Tayini

Taze polenler bir damla asetokarmin içerisine yerleştirilir, bir ısıtma plakası üzerinde (70 °C'ye) birkaç saniye ila birkaç dakika (türe bağlı olarak) ısıtılır ve ardından polen tanelerinin hücresel durumunu belirlemek için ışık mikroskobu altında incelenir (Gerlach, 1984). Asetokarmin, iki çekirdekli polen tanelerinin üretken çekirdeğinde ve üç çekirdekli polen tanelerinin sperm çekirdeklerinde yoğun kırmızı bir leke verir. Tipik olarak üretken çekirdek daha az yoğun bir şekilde boyanır.

Potasyum İyot Testi: Nişastanın Tespiti

Nişastanın sitoplazmada rezerv olarak tespiti için polen taneleri sulu potasyum iyot ile boyanır (Gerlach, 1984). Taze veya kuru polen taneleri bir cam slayt üzerindeki bir damla boyama solüsyonuna aktarılır. Polen tanelerinde bulunan nişasta koyu kahverengiden siyaha kadar lekelenir.

Asetoliz yöntemi: Güncel ve Fossil Polenlerde Polen Süslemesi ve Açıklık Sayısının Gözlemlenmesi

Polen tanelerini LM ile göstermek için Erdtman (1959) tarafından asetoliz adı verilen standart ve vazgeçilmez bir palinolojik prosedür geliştirilmiştir. Polen tanesinin ve intin tabakasının içeriği, açıklık zarına da zarar verebilecek asetoliz işlemiyle çıkarılır. Dahası, asetoliz polen yüzeylerini temizler ve polen tanelerini kahverengiye boyar, bu da polen duvarının tüm detaylarının gözlemlenmesini kolaylaştırır. 20 dakika boyunca potasyum hidroksit ile muamele edilmeden önce, anterler ilk olarak cam tüplere aktarılır. Daha sonra 80°C'deki su banyosunda karıştırılarak 4500 rpm'de santrifüj edilir. Süpernatant dökülür. Asetoliz çözeltisi (9:1, asetik asit: sülfürik asit) cam tüplere eklenir, dikkatlice ısıtılır ve tekrar santrifüj edilir. Tortu, kalan asetoliz solüsyonunu ortadan kaldırmak için dikkatlice durulanır ve polen taneleri üç kez yıkanır ve tekrar santrifüjlenir. Tüplere %50'lik gliserin solüsyonu eklenir ve oda sıcaklığında filtre kağıdı üzerine dökülür. Daha sonra asetolize polen taneleri steril bir iğne ile tüplerden toplanır ve gliserin-jöle ile kalıcı slaytlar yapılır (Çıtak vd., 2019). Toprak, toz, bal veya diğer numunelerin analizi için, malzemenin yaklaşık 200 ml damıtılmış su (ve) deterjan (örn. Tween) ile bir kapta yıkanması gerekir ve daha büyük parçaları (yapraklar, yapraklar, vb.) çıkarmak için elenebilir. Malzeme daha sonra 3000 rpm'de santrifüj edilerek test tüplerinde konsantre edilir ve su boşaltılır. Işık mikroskobu için asetolize materyalin bir kısmı gliserine aktarılır. Taramalı elektron mikroskobu için, asetolize polen bir SEM sapı üzerinde bir damla

susuz etanol içerisine aktarılır ve altınla kaplanmış püskürtme yöntemi uygulanır (Hallbriter vd., 2018).

Wodehouse yöntemi: Polen süslemesinin, intin ve ekzinin belirlenmesi

Anterler bir stereomikroskop altında çiçekten ayrılır ve daha sonra bir iğne yardımıyla öğütmek için temiz bir cam lama aktarılır. Alkol, anterlerden sakızı veya reçineyi çıkarmak için kullanılır ve polen taneleri hareketsiz hale getirilir, daha sonra alkol, cam slaytların sıcak bir plaka üzerinde ısıtılmasıyla çıkarılır. Gliserin-jelatin hazırlanır ve lam üzerine 2 veya 3 damla eklenir. Polen tanelerini renklendirmek için bir miktar safranin eklenir. Daha sonra polen taneleri bir lamel ile kapatılır ve polen tanelerini gözlemlemek için en az 7 veya 10 gün bekletilir (Wodehouse, 1935).

B. SEM Gözlemleri

SEM teknikleri tamamen LM'nin yerini alamasa da, özellikle süsleme konusunda çok daha fazla bilgi sunabilmektedir. Dimetoksipropana Doğrudan Yöntem (DMP), SEM araştırmaları için uygulanmış ve kullanılmıştır (Halbritter, 1998). Başlangıçta, çiçeklenme sırasında polen tanelerini elde etmek için anterlerin toplanması gerekir. Bir filtre kağıdı torbası polen taneleri veya kısmen kırılmış anterlerle doldurulur. Poleni hidratlı formunda incelenirken, filtre torbası bir damla su ile ıslatılır, bir süre bekletilir ve ardından içindekileri asitlendirilmiş 2,2-dimetoksipropana dökülür. DMP numuneleri işlenir ve daha sonra saf asetona yerleştirilir ve kritik noktada kuruması için birkaç dakika verilir. Herbaryum örnekleri ve taze materyal bu teknik kullanılarak işlenebilir.

CENTAUREA CİNSİ POLEN TERMİNOLOJİSİNİ KEŞFETMEK

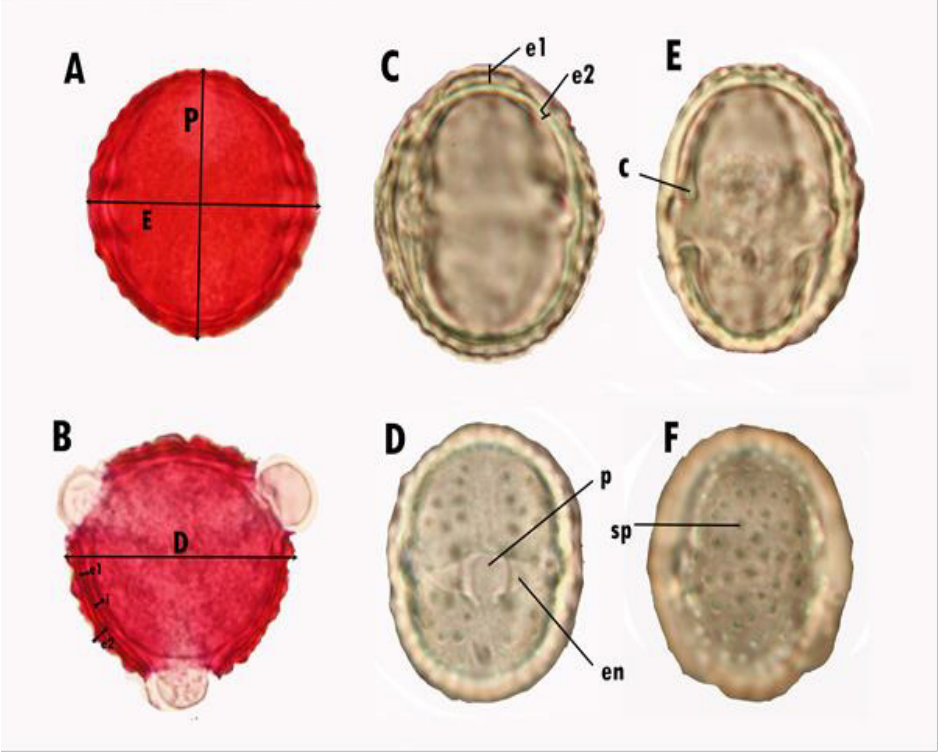
Polen şekli, palinolojik karakterlerin belirlenmesinde kullanılan karakterler olan kutup eksenini (P) ve ekvator eksenini (E) oranını kullanarak elde edilir ve bu elde edilen değerler ilk olarak Erdtman (1969) tarafından kullanılmıştır (Tablo 1) (Şekil 2-3). Erdtman, toplam 9 polen şekli tespit etmiştir: peroblat, oblat, subsferoidal (suboblat, oblat-sferoidal, prolat sferoidal, subprolat), prolat, perprolat. Buna ek olarak, Punt ve ark. (2007) araştırmasında Erdtman (1969) tarafından yapılan bu hesaplamaları dikkate almıştır. Diğer yandan, Halbritter ve ark. (2018) oblat, prolat ve isodiametrik şekilli polen tanelerinin varlığını belirtmiş ve sadece bu 3 polen şeklini kabul etmiştir (Tablo 1).

Polen şekli:

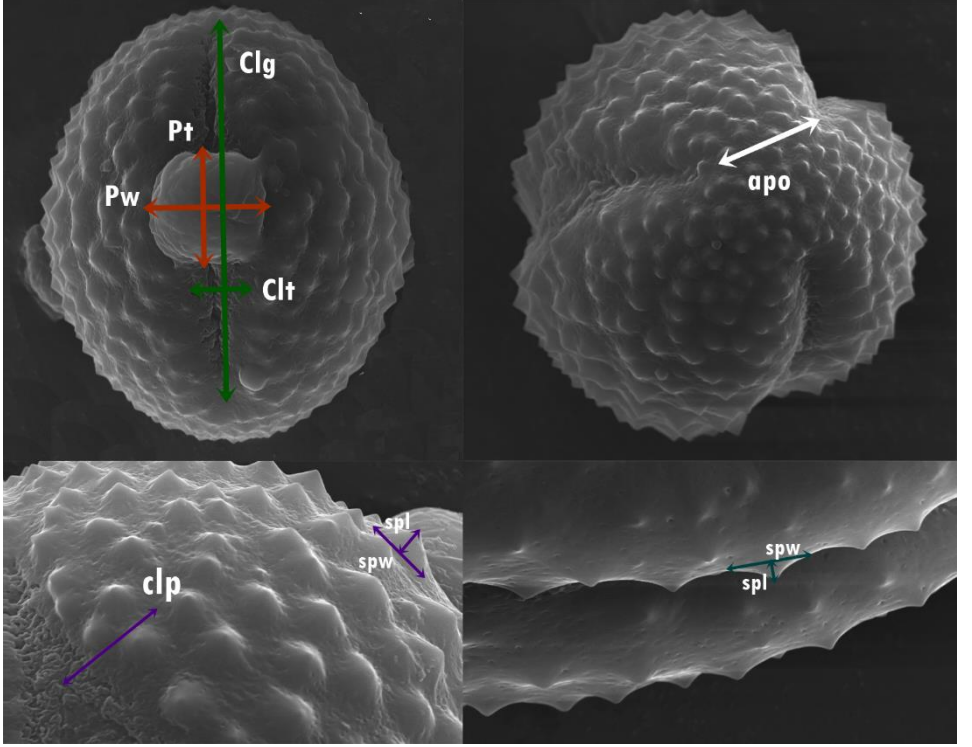
Erdtman (1969)'a göre;

$$\text{Polen şekli (FI)} = \frac{\text{Polar eksen}}{\text{Ekvatorial uzaklık}} \times 100$$

FI değerine bağlı olarak, Agashe (2009)' göre, Tablo 1'de verilen sayısal aralıklar belirlenmiştir.



Şekil 2. *Centaurea cisinin* ana palinolojik karakterleri (LM). P: polar eksen, E: ekvatorial eksen, D: Ekvatorial uzaklık, e1: ektekin, e2: endekin, i:intin, c:kosta, p:por, en: endoapertür, sp: spin (polen tanelerinin her biri ilk yazarın doktora tezinden alıntılanmıştır.)



Şekil 3. *Centaurea cisinin* ana palinolojik karakterleri (SEM). Clg: kolpus uzunluğu, Pt: por uzunluğu, Pw: por genişliği, Clt: kolpus genişliği, Apo: kolpuslar arası uzaklık, Spw: spin tabanı genişliği, Spl: spin uzunluğu, Clp: kolpus açıklığı

Tablo 1. P/E oranının ve polen şekillerinin farklı araştırmacılar tarafından karşılaştırılması

Polen şekli /Araştırmacılar	ERDTMAN (1943,1952)	HALBRITTER vd. (2018)	PUNT VE HOEN (2009)	AGASHE (2009)
Oblat	0.50-0.75	Polar eksen < ekvatorial uzunluk	-	$P/E \times 100 = 70-75$
Oblat-sferoidal	0.88-1.00	-	-	-
Peroblat	< 0.50	-	-	$P/E \times 100 = < 50$
Perprolat	$2 >$	-	-	$P/E \times 100 = > 200$

Prolat	1.33-2.00	Polar eksen < ekvatorial uzunluk	Gliserin jeli: 1.17-1.45 / 1.24-1.34 Silikon yağı: 1.23-1.48 / 1.20-1.26 <i>Centaurea cyanus</i> tip / <i>Centaurea scabiosa</i> tip	P/E × 100 = 134–200
Prolat sferoidal	1.00-1.14	-	Gliserin jeli: 1.03-1.30 Silikon yağı: 1.06-1.24 <i>Centaurea nigra</i> tip	P/E × 100 = 101–114
Sferoidal	0.88-1.14	-	-	
Suboblat	0.75-0.88	-	-	P/E × 100 = 89–100
Subprolat	1.14-1.33	-	Gliserin jeli: 1.03-1.30 / 1.24-1.34 Silikon yağı: 1.06-1.24 / 1.20-1.26 <i>Centaurea nigra</i> tip / <i>Centaurea scabiosa</i> tip	P/E × 100 = 115–133
Subsferoidal	0.75-1.33	-	-	-
Isodiametrik	-	Polar eksen aşağı yukarı ekvatorial uzunluğa eşit	-	-

Polen Büyüklükleri:

Polen tanesinin büyüklüğünü belirlemek için daha büyük olanın uzunluğu benimsenmiştir. (Erdtman 1969), en uzun eksene dayalı olarak aşağıda verilen altı polen tanesi boyut sınıflamasını belirlemiştir:

- Çok küçük polen taneleri <10 µm
- Küçük polen taneleri: 10–25 µm
- Orta polen taneleri: 25–50 µm
- Büyük polen taneleri: 50–100 µm
- Çok büyük polen taneleri: 100–200 µm
- Devasa polen taneleri >200 µm

Apertür Morfolojisi:

Asteraceae familyası, *Centaurea* cinsinde olduğu gibi bir ektoapertür, bir endoapertür ve bazen de bir mezoapertürden oluşan karmaşık polen açıklıklarına sahiptir. Her polen tanesi uzunluğu, genişliği ve batıklığı değişebilen bir ektoapertür içermektedir. Uçları genellikle keskin ve hatta bazen sivri uçludur. Endo ve ektoapertür adını taşıyan

bileşik bir açıklığın orta alanına mezoapertür adı verilir. Endoapertür az ya da çok belirgin kostalara sahip olabileceği gibi kolpus ya da porus olabileceği gibi kısa ya da uzun, dar ya da geniş de olabilir (Punt vd., 2007; Punt ve Hoen, 2009; Çıtak vd., 2019; Çıtak vd., 2019, 2021).

Apokolpiyum indeksi:

Centaurea cinsi türleri arasında ayırım yapıldığında, apokolpiyum indeksi sıklıkla kullanılan yararlı bir ayırt edici özelliktir. Bu özellik, büyük ölçüde ektokolpinin ne kadar uzun olduğuna bağlı olarak değişkenlik göstermektedir. Kısa ektokolpiller büyük apokolpiyum indeksleri üretirken, uzun ektokolpiller küçük indeksler üretir. Punt ve Hoen (2009)'den alınan sayısal değerler aşağıda verilmiştir:

- Küçük <0,30
- orta 0,30–0,50
- büyük >0,50

Polen duvarı (spoderm):

İntin kalınlığı, bazı temel yazılım programları ile ölçülebilen ve hesaplanabilen polen karakteridir. Ancak Erdtman'a (1966) göre sklerin olarak da bilinen ekzinin morfolojisini belirlemek daha karmaşıktır. Sekzin, ekzinin dış, oyulmuş kısmıdır. Genellikle iç (endosekzin) ve dış (ektosekzin) olmak üzere iki katmandan oluşmaktadır. Ekzinin şekillendirilmemiş iç kısmı nekzin olarak bilinir. Nekzin, çeşitli kalınlıklara sahip basit, homojen bir katmandır (Erdman, 1966). Sekzin, Reitsma (1970) tarafından temelden numaralandırılmış ve bu çalışmada kullanılmıştır. Punt ve Hoen (2009), ekzin ölçümüne nekzin, kavea, seksin 1, 2, 3 ve son tektum'u dahil etmeye karar vermiş, ancak ekina'yı dışarıda bırakmıştır.

Sekzin 1: Genellikle belirgin kolumellalardan oluşan bu tabakanın üst kısmı zaman zaman parmaklıdır. Kolumellanın ikinci bölümündeki bu çatallanmaları eşeyssel kanalın ikinci tabakası olarak yorumlamak mümkündür. Bununla birlikte, nadir durumlarda, sekzin 1 yalnızca sekzin 2 katmanında kaveaya (sarkıtlar) asılı olan esaslarla temsil edilir. Diğer zamanlarda sekzin 1, basit ve dijital kolumellaların bir karışımıdır.

Kavea: Nekzin ve sekzin arasında genellikle kavea denilen bir boşluk vardır.

Sekzin 2: Genellikle ince olan bu tabaka homojen bir tektumla gösterilir. Bu tabaka daha iyi bir şekilde dahili tektum olarak tanımlanabilir.

Sekzin 3: Farklı yoğunluk ve yükseklikteki bir tabakadır. Bu kolumellalar tipik olarak kapitat, yuvarlak, ince ve sıklıkla ekinanın altında daha yüksek

konumda bulunurlar. Ekinanın temeli altındaki kolumelladan oluşur. Kelepçeli bir katman bazen seksini 3'ü temsil edebilir.

Sonuç:

Bu çalışma, *Centaurea* türlerinin ve akraba olduğu diğer cinslerin polen morfolojik özelliklerinin belirlenmesine yönelik prosedürün planlanması amacıyla yapılmıştır. Bir araştırmacı, olgun polen taneleri elde etmek için öncelikle bitkileri çiçeklenme döneminde toplamalıdır. Daha sonra olgun polen taneleri yukarıda belirtilen teknikler kullanılarak ışık ve elektron mikroskopları altında incelenmek üzere hazırlanmalıdır. Şekillerde verilen ölçüm önerileri doğrultusunda uygun yazılım programları ile sayısal veriler elde edilmelidir. Elde edilen sonuçlar Wagenitz (1955), Erdtman (1966), Pınar ve İnceoğlu (1996), Punt vd. (2007), Punt ve Hoen (2009), Çıtak vd. (2019) ve Çıtak vd. (2021) gibi çalışmalardan yararlanılarak gerekli karşılaştırmalar yapılarak yorumlanabilir. Polen tipleri, Wagenitz (1955)'e göre belirlenmelidir. Türkiye'de yayılış gösteren *Centaurea* cinsi türlerini ayıran en tanımlayıcı palinomorfolojik karakterlerin apertür morfolojisi, polen şekli, spin boyutları, ekzin ornamentasyonu olduğu sonucuna varılmıştır. Bu cinste Wagenitz'in belirlediği *Cyanus*, *Montana* ve *Jacea* olmak üzere üç evrimleşmiş polen türü gözlenmiştir. Sonuç olarak bu çalışma, *Centaurea* cinsinin polen morfolojisinin değerlendirilmesinin yanı sıra bitki familyasının tüm üyeleri ve Asteraceae familyasında yapılacak çalışmalara da yol gösterecektir.

KAYNAKLAR

AGASHE, SN. (2009). *Pollen and Spores*, USA: Science Publishers.

ALİ, S., ZAFAR, M., AHMAD, M., SULTANA, S., KHAN, A., MAJEED, S., RAZA, J. (2023). Palyno-taxonomic approach through light and scanning electron microscopy for the identification of herbaceous Asteraceae species from Sikaram Mountain Pak-Afghan border, *Microscopy Research and Technique*, 86(10), 1274–1297.

BARRERO, AF., HERRADOR, MM., ARTEAGA, P., CABRERA, E, RODRÍGUEZ-GARCÍA, I., GARCIA-MORENO, M., GRAVALOS, DG. (1997). Cytotoxic Activity of Flavonoids from *Carthamus arborescens*, *Ononis natrix* ssp. *ramosissima* and *Centaurea malacitana*, *Fitoterapia*, 68(3), 281–283.

BONNEFILLE, R. (1965). *Préliminaire à l'étude des pollens quaternaires du Sahara nordoccidental: Les Composées actuelles*. In: Batton, G., Bonnefille, R., Boureau, E., Danze-Corsin, P., de Jekowsky, B. (Eds.), *Paléobotanique Saharienne. Série Géologie*, vol. 6. Centre National de la Recherche Scientifique, pp. 120–183

ÇITAK, BY. (2018). Micromorphological and Anatomical Characteristics of the Taxa In the Section *Cheirolepis* (Boiss.) O. Hoffm. of the Genus *Centaurea* L. (Asteraceae) in Turkey (PhD Thesis), University of Selçuk, Konya, Türkiye.

ÇITAK, BY., DURAL, H., UYSAL, T., PINAR, NM. (2019). Pollen Morphology of Section *Cheirolepis* Boiss. of the Genus *Centaurea* L. (Asteraceae) in Turkey, *Bangladesh Journal of Plant Taxonomy*, 26(2), 131–148. doi: 10.3329/bjpt.v26i2.44574.

ÇITAK, BY., ŞİRİN, E., DURAL, H., ERTUĞRUL, K. (2021). Usefulness of palynomorphological characteristics for the identification of species *Cyanus* Mill. (Asteraceae) in Turkey: a taxonomic approach, *Turkish Journal of Botany*, 45(1), 43–58. [https:// doi:10.3906/bot-2005-55](https://doi.org/10.3906/bot-2005-55).

DENISOW-PIETRZYK, M., PIETRZYK, L., DENISOW, B. (2019). Asteraceae species as potential environmental factors of allergy, *Environmental Science and Pollution Research*, 26(7), 6290–6300. doi:10.1007/s11356-019-04146-w.

ERDTMAN, G. (1943). *An Introduction to Pollen Analysis*, Waltham: Chronica Botanica Company.

ERDTMAN, G. (1952). *Pollen Morphology and Plant Taxonomy*, *Angiosperms*, Stockholm: Almqvist and Wiksell.

ERDTMAN, G. (1959). UV Micrographs and Photomicrographs from the palynological Laboratory, Stockholm-Solna, *Grana Palynology*, 2(1): 36–39.

ERDTMAN, G., PRAGLOWSKI, J., NILSSON, S. (1966). *An Introduction to a Scandinavian Pollen Flora, vol., II.*, Uppsala: Almqvist and Wiksell.

ERDTMAN, G. (1969). *Handbook of Palynology*, Copenhagen.

ERKARA, İP., KÖSE YB., OSOYDAN, K., YÜCEL, E. (2012). Pollen morphology of some endemic Turkish *Centaurea* L. (Asteraceae, section Phaloletis) and their taxonomic value, *Plant Systematic and Evolution*, 298, 1111–1117. <https://doi.org/10.1007/s00606-012-0623-7>.

FAEGRI, K., IVERSEN, J. (1989), *Textbook of pollen analysis*, fourth edition, John Wiley and Sons, Chichester, UK.

HALBRITTER, H. (1998). Preparing living pollen material for scanning electron microscopy using 2,2-dimethoxypropane (DMP) and critical-point drying, *Biotechnic & Histochemistry*, 73, 137–143.

HALBRITTER, H., ULRICH, S., GRÍMSSON, F., WEBER, M., ZETTER, R., HESSE, M., BUCHNER, R., SVOJTKA, A., FROSCHE-RADIVO, A. (2018). *Illustrated Pollen Terminology (Second Edition)*, Switzerland: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-71365-6>

HAYTA, S., TAŞAR, N., KIRAN, Y., BAŞER, B. (2017). Comparative morphological, karyological and palynological investigations of three endemic *Centaurea* L. species (Asteraceae) in Turkey, *Bulletin de la Société botanique de France*, 164, 241–251.

HESLOP HARRISON, J. (1979). Pollen-stigma interaction in grasses: a brief review, *New Zealand Journal of Botany*, 17, 537-546.

GERLACH, D. (1984). *Botanische Mikrotechnik, 3rd edition*, Stuttgart: Thieme.

MOORE, P.D., WEBB, J.A. AND COLLINSON, M.E. (1991). *Pollen Analysis*. 2nd Edition, Blackwell, Oxford, 1-216.

NAIR, P.K.K. (1965). *Pollen Grains of Western Himalayan Plants*. Asia monographs no.5. Asia Publishing House, London. 102 pp.

NEPI, M., FRANCHI, GG., PACINI, E. (2001). Pollen hydration status at dispersal: cytophysiological features and strategies, *Protoplasma*, 216, 171–180.

ORALLO, F., LAMELA, M., CAMINA, M., URIATRE, E., CALLEJA, M. (1998). Preliminary Study of the Potential Vasodilator Effects on Rat Aorta of Centaurein and Centaureidin, Two Flavonoids from *Centaurea corcubionensis*, *Planta Medica*, 64(2), 116–119.

PAYNE, WW., SKVARLA, JJ. (1970). Electron microscope study of Ambrosia pollen (Compositae: Ambrosieae), *Grana*, 10, 89–100.

PINAR, NM., İNCEOĞLU, Ö. (1996), A Comparative Study on The Pollen Morphology of *Centaurea triumfettii* All groups A B and C with Light and Electron Microscopy, *Turkish Journal of Botany*, 20, 395–398.

PUNT, W., HOEN, PP., BLACKMORE, S., NILSSON, S., LE THOMAS, A. (2007), Glossary of Pollen and Spore Terminology, *Review of Palaeobotany and Palynology*, 143, 1–81.

PUNT, W., HOEN, PP. (2009), The Northwest European Pollen Flora, 70 Asteraceae—Asteroideae, *Review of Palaeobotany and Palynology*, 157, 22–183.

RAIMONDO, T M., ve MOONEY, D J. (2021), Anti-inflammatory nanoparticlessignificantly improve muscle function in a murine model of advancedmuscular dystrophy, *Science Advances*,7(26), eabh3693.

REITSMA, T. (1970), Suggestions towards unification of descriptive terminology of Angiosperm pollen grains, *Review of Palaeobotany and Palynology*, 10, 39–60.

ROLNIK, A., OLAS, B. (2021), The Plants of the Asteraceae Family as Agents in the Protection of Human Health, *International Journal of Molecular Sciences*, 22(6), 3009. doi: 10.3390/ijms22063009

RUNDEL, PW., ARROYO, MTK., COWLING, RM., KEELEY, JE., LAMONT, BB., VARGAS, P. (2016), Mediterranean biomes: Evolution of their vegetation, floras, and climate, *Annual Review of Ecology, Evolution, and Systematics*, 47, 383–407. <https://doi.org/10.1146/annurev-ecolsys-121415-032330>

SIEGEL, I. (1967), Toluidine blue O and naphthol yellow S; a highly polychromatic general stain, *Stain Technology*, 42, 29–30.

SKVARLA, JJ., LARSON, DA. (1965), An electron microscopic study of pollen morphology in the Compositae with special reference to the Ambrosiinae, *Grana Palynology*, 6(2), 210–269.

SKVARLA, JJ., TURNER, BL. (1966), Systematic Implications From Electron Microscopic Studies of Compositae Pollen-A review, *Annals of the Missouri Botanical Garden*, 53(2), 220–256.

SOKOVIC, M., CIRIC, A., GLAMOCLIIJA, J., SKALTSA, H. (2017), Biological activities of sesquiterpene lactones isolated from the genus *Centaurea* L. (Asteraceae), *Current Pharmaceutical Design*, 23(19), 2767–2786. doi: 10.2174/1381612823666170215113927.

SUSANNA, A., GARCIA-JACAS, N. (2007), *Tribe Cardueae Cass.* In: Kadereit JW, Jeffrey C, editors, *Flowering Plants, Eudicots: Asterales*, New York (NY): Springer; p. 123–146.

STIX, E. (1960), Pollen morphologische Untersuchungen an Compositen [Pollen morphological studies on Compositae], *Grana Palynologica*, 2(2), 41–114.

VALDÉS, B., DÍEZ, M.J., FERNÁNDEZ, I. (1987), *Atlas polinico de Andalucía Occidental. Universidad de Sevilla Excm. Diputación de Cadiz.* 450 pp.

YIEN, RMK., DOS SANTOS MANTOS, AP., GOMES, ACC., DE ABREU GARÓFALO, D., SANTOS-OLIVEIRA, R., SIMAS, NK., RICCI-JÚNIOR, E. (2023), Nanotechnology Promoting the Development of Products from the Biodiversity of the Asteraceae Family, *Nutrients*, 15(7), 1610. <https://doi.org/10.3390/nu15071610>

WAGENITZ, G. (1955), Pollenmorphologie und Systematik in der Gattung *Centaurea* L. s. 1. *Flora*, 142, 213–279.

WODEHOUSE, RP. (1926), Pollen Grain Morphology in the Classification of the Anthemideae Bull., *Bulletin of the Torrey Botanical Club*, 53(7), 479–485. <https://doi.org/10.2307/2480028>

WODEHOUSE, RP. (1928), The Phylogenetic Value of Pollen-grain Characters Get access Arrow, *Annals of Botany*, 42(4), 891–934. <https://doi.org/10.1093/oxfordjournals.aob.a090149>

WODEHOUSE, RP. (1935), *Pollen Grains, Their Structure, Identification and Significance in Science and Medicine*, New York: Mc., Graw-Hill.

ZHANG, T., ELOMAA, P. (2021), Don't be fooled: false flowers in Asteraceae, *Current Opinion of Plant Biology*, 59, 101972. <https://doi.org/10.1016/j.pbi.2020.09.006>

BÖLÜM 2

DÜNYA MUTLULUK VERİLERİNİN PANEL VERİ ANALİZİ İLE İNCELENMESİ

Gökhan UYAR¹
Özlem KAYMAZ²

1 Öğr. Gör. Gökhan UYAR Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü ORCID ID: 0000-0002-4551-6671

2 Doç. Dr. Özlem KAYMAZ Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü ORCID ID:0000-0003-1235-8117

1. Giriş

Panel veri, aynı gözlemler üzerinde zaman içinde tekrarlanan ölçümleri içeren bir veri türüdür. Bu veri türünde birimler, kişiler, kuruluşlar, firmalar, ülkeler, bölgeler vb. yatay kesit boyutunu, bu birimlerin farklı zamanlarda ölçülen değişkenlikleri ise zaman boyutunu oluşturmaktadır. Panel veri uzunlamasına (zaman serisi) ve kesitsel (kesitler arası) verilerin birleşimidir. Panel veri analizi genellikle ekonometri ve sosyal bilimlerde sıklıkla kullanılan bir analiz türüdür. Bu analiz türüyle zaman içindeki değişiklikler ve bu değişikliklerin nedenleri araştırılır.

Hildreth (1950), Kuh (1959), Grunfeld-Griliches (1960), Zellner (1962), Balestra-Nerlove (1966), Swamy (1970) tarafından panel veriye ilişkin ilk çalışmalar yapılmıştır (Tatoğlu 2013a). Panel verilerle ilgili çalışmaların son zamanlarda artmasındaki en önemli nedenlerden biri, zaman ve kesit verilerinin birleştirilerek daha fazla gözlem sayısı elde edilmesidir.

Panel veri analizi birçok avantaja sahiptir. Bu avantajlardan ilki, hem kesitlere hem de zamana göre meydana gelen değişimleri birlikte incelemesidir (Baltagi, 2005). İkincisi ise, yatay kesit verileri ve zaman serisi verilerinin birleşmesi ile gözlem sayısının daha fazla olmasıdır. Bu durumda serbestlik derecesi artar ve çoklu doğrusal bağıntı problemi azalır. Bunun sonucunda ise tahmin edicilerin verimliliği artmaktadır. Üçüncüsü, panel veri kesitler arasında heterojenliği dikkate alır. Bu heterojenlikler yatay kesite ilişkin bazı değişkenler ilave edilerek modelde yer alabilmektedir. Dördüncüsü; panel veriyle kısa zaman serilerinin ve/veya yetersiz yatay kesit birimlerin olduğu durumlarda da analizler yapılabilmektedir. Son olarak, bu analiz sadece yatay kesit verileriyle ya da zaman serisi verileriyle çözülemeyecek kadar karmaşık olan davranış modellerini çözümlenmeye imkan vermektedir (Dal, 2018).

Panel veri analizinde bazı dezavantajlar da mevcuttur. Bunlardan ilki, veri toplama ve düzenleme aşamasındaki maliyet, eksik veri, yanlış veri girişi, cevaplayan kişinin doğru cevabı hatırlamaması gibi problemlerdir. Bir diğeri, birimlerin zamana göre tekrarlı ölçümlerinden dolayı birimler arası bağımsızlığın bozulmasıdır. Son olarak ise, kesit boyutunun çok olması ancak zaman boyutunun daha kısa olması ile asimptotik tahmin ve serbestlik derecesi sorununun ortaya çıkmasıdır (Baltagi, 2005). Bu durumda, panel veri analizlerinde zaman boyutunun fazla olması tahminlerin daha güvenilir olması açısından önemlidir (Boran,2018). Ayrıca, birimler arası heterojen olması durumu bu analizde dikkat edilmesi gereken bir diğer husustur. Panellerde yanlış birimlerin yer alması, parametre tahminlerinde yansızlık ve tutarlılık özellikleri sağlanamamaktadır. Değişkenlere göre birimleri bir arada tutarak bu problem çözümlenebilir (Uğurca,2023).

Genel olarak, panel veri analizi hem birimlerin kendi içinde hem de zaman içindeki değişimlerini gösterdiği için veriyi birçok açıdan inceleme fırsatı sağlar. Ayrıca, ilgili değişkenler ile model oluşturarak aralarındaki ilişkiyi tespit eder ve bu ilişkinin karşılaştırılmasını sağlar. Bu nedenle, panel veri analizinde, çeşitli ekonometrik ve istatistiksel tekniklerin kullanımını gerektirir.

1.1. Panel Veri Modelleri

Panel veri modelleri hata terimi ayrışımına göre birleştirilmiş (havuzlanmış), tek yönlü ve çift yönlü modeller olmak üzere üç farklı şekilde sınıflandırılır. Hata terimi

$$u_{it} = \mu_i + \vartheta_{it}$$

şeklinde ayrışmışsa bu modellere tek yönlü modeller, eğer hata terimi

$$u_{it} = \mu_i + \lambda_t + \vartheta_{it}$$

şeklinde ayrılabilirse bu modeller ise çift yönlü modeller olarak ifade edilir (Uyar, 2015). Yukarıda gösterilen μ_i , kesit etkisini, λ_t , zaman etkisini ve ϑ_{it} kalan hata terimini ifade etmektedir. Tek yönlü ve çift yönlü modeller ise kendi içerisinde sabit etkili ve rasgele etkili modeller olmak üzere iki farklı şekilde sınıflandırılır.

1.1.1. Birleştirilmiş (Havuzlanmış) Model

Bu modelde ilgili parametrelerin kesitlere ve zamana göre değişmediği varsayılmaktadır. Hem kesit hem de zamana göre veri setinin homojen olduğu durumlarda kullanılan bir regresyon modelidir. Aynı zamanda bu modele klasik model de denilmektedir. Bu model,

$$y_{it} = \alpha + \sum_{k=1}^K \beta_k x_{kit} + u_{it}, \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (1)$$

şeklinindedir. Eşitlik (1)'de i kesit, t zaman boyutunu gösterirken, k bağımsız değişken sayısını ifade etmektedir. y_{it} , açıklanan değişkenin t zamanındaki i . kesit için değerini; β_k , k . değişkenin eğim parametresini; x_{kit} , k . bağımsız değişkenin t zamanındaki i . kesit için değerini; u_{it} ise t zamanındaki i . kesit için hata terimini ifade eder.

1.1.2. Tek Yönlü Modeller

Hata terimi içerisinde sadece kesite veya sadece zamana bağlı değişkenlerin olduğu modellerdir. Bu model

$$y_{it} = \alpha_i + \sum_{k=1}^K \beta_k x_{kit} + u_{it}, \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (2)$$

şeklinde gösterilir. Eşitlik (2)'deki değişkenlerin açıklamaları birleştirilmiş modelde verilmiştir. Sadece α_i , i . kesit için sabit terimi ifade eder. α_i 'nin homojen olduğu durumda Eşitlik (2) matris formatında

$$y = \alpha \iota_{NT} + X\beta + u = Z\delta + u \quad (3)$$

şeklinde yazılabilir. Burada, y , $NT \times 1$ boyutlu vektörü; α , sabit terimi; ι_{NT} , 1'lerden oluşan $NT \times 1$ boyutlu vektörü; β , $K \times 1$ boyutlu vektörü; X , $NT \times K$ boyutlu matrisi; u , $NT \times 1$ boyutlu vektör ifade eder. $Z = [\iota_{NT}, X]$ ve $\delta^T = (\alpha^T, \beta^T)$ şeklinde yazılabilir. Benzer olarak hata terimi

$$u = Z_\mu \mu + \vartheta \quad (4)$$

matris formatında yazılabilir. Burada, Z_μ $NT \times N$ boyutlu 1'lerden ve sıfırlardan oluşan bir matris, $\mu^T = (\mu_1, \dots, \mu_N)$ ve $\vartheta^T = (\vartheta_{11}, \dots, \vartheta_{1T}, \dots, \vartheta_{N1}, \dots, \vartheta_{NT})$ vektörleridir.

1.1.2.1. Tek Yönlü Sabit Etkili Model

Bu modelde, μ_i 'lerin tahminlenmesi gereken sabit parametreler ve geriye kalan terimin bağımsız ve aynı dağılıma sahip oldukları varsayılmıştır. Eşitlik (4)'deki hata terimi Eşitlik (3)'de yerine yazılırsa

$$y = \alpha \iota_{NT} + X\beta + Z_\mu \mu + \vartheta = Z\delta + Z_\mu \mu + \vartheta \quad (5)$$

elde edilir. Burada Z , $NT \times (K + 1)$ boyutlu matris; Z_μ , $NT \times N$ boyutlu bireysel gölge değişken matrisidir. Eşitlik (5)'de en küçük kareler yöntemiyle (EKK) α , β ve μ parametreleri tahmin edilebilir. Ancak N değerinin çok büyük olması (5) eşitliğinde fazla sayıda bireysel gölge değişkenlerinin bulunmasına neden olur ve bu durumda parametreleri tahmin ederken gerekli olan matrisin tersinin hesaplanmasını zorlaştırır. Bu nedenden dolayı parametreleri elde etmek için gölge değişkenli en küçük kareler (LSDV) yöntemi kullanılır. Bu yöntemde ise model $(N - 1)$ sayıda gölge değişken içermektedir. LSDV yöntemini uygulamak fazla serbestlik derecesi kaybına yol açacak ve β tahmin değerleri yanlı olarak hesaplanacaktır. Bu nedenlerden dolayı dönüşüm yöntemi kullanılarak β parametresi hesaplanır. Bu dönüşümle Eşitlik (5)

$$Qy = Q\alpha \iota_{NT} + QX\beta + QZ_\mu \mu + Q\vartheta \quad (6)$$

Q ile çarpılarak yeniden yazılır. Burada, $Q = I_{NT} - P$ ve

$P = Z_\mu (Z_\mu^T Z_\mu)^{-1} Z_\mu^T$ 'dir. $Q \iota_{NT} = QZ_\mu = 0$ olduğu için Eşitlik (6)

$$Qy = QX\beta + Q\vartheta \quad (7)$$

şekline indirgenir. $\tilde{y} = Qy$, $\tilde{X} = QX$ ve $\tilde{\vartheta} = Q\vartheta$ yazarak Eşitlik (7) aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\tilde{y} = \tilde{X}\beta + \tilde{\vartheta} \quad (8)$$

Eşitlik (8)'den EKK yöntemiyle

$$\hat{\beta} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1} \tilde{X}^T \tilde{y}$$

elde edilir. $\hat{\beta}$ 'nin varyansı

$$\text{var}(\hat{\beta}) = \sigma_y^2 (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1} = \sigma_y^2 (X^T Q X)^{-1}.$$

şekilde hesaplanır. Burada $Q^T Q = Q$ eşitliğinden faydalanılmıştır. Bu dönüşüm ile α, μ_i etkileri tahmin edilemeyecektir. Çünkü Q dönüşümü bu değişkenleri yok etmektedir. Bu parametreler ise $\tilde{\alpha} = \bar{y}_{..} - \hat{\beta} \bar{x}_{..}$ ve

$$\tilde{\mu}_i = \bar{y}_i - \tilde{\alpha} - \hat{\beta} \bar{x}_i \text{ eşitlikleri yardımıyla hesaplanır. Burada } \bar{y}_{..} = \frac{\sum \sum y_{it}}{NT},$$

$$\bar{x}_{..} = \frac{\sum \sum x_{it}}{NT}, \bar{y}_i = \frac{\sum \sum y_{it}}{T}, \bar{x}_i = \frac{\sum \sum x_{it}}{T}.$$

1.1.2.2. Tek Yönlü Rasgele Etkili Model

Bu model de büyük bir kitleden N sayıda kesit rasgele olarak seçilir. Burada $\mu_i \sim IID(0, \sigma_\mu^2)$ ve $\vartheta_{it} \sim IID(0, \sigma_\vartheta^2)$ dağıldıkları varsayılmıştır. Ayrıca μ_i ve ϑ_{it} bağımsızdır. Varyans kovaryans matrisi

$$\Omega = E(uu^T) = \sigma_\mu^2 (I_N \otimes J_T) + \sigma_\vartheta^2 (I_N \otimes I_T) \quad (9)$$

şeklinde. Bu matrisin köşegen elemanları $\text{Var}(u_{it}) = \sigma_\mu^2 + \sigma_\vartheta^2$ sabittir. Bu yöntem de regresyon parametreleri genelleştirilmiş en küçük kareler yöntemiyle bulunur. Bu yöntem için Ω^{-1} ve $\Omega^{-\frac{1}{2}}$ matrisleri gereklidir. Bu matrisler sırasıyla $\Omega^{-1} = \frac{1}{\sigma_1^2} P + \frac{1}{\sigma_2^2} Q$ ve $\Omega^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sigma_1} P + \frac{1}{\sigma_2} Q$ şeklinde elde edilir. Burada P ve Q tek yönlü sabit etkili modelde tanımlanmıştır. Bu matrisler elde edildikten sonra Fuller ve Battese (1973, 1974) tarafından önerilmiş olan dönüşüm yöntemi ile genelleştirilmiş en küçük kareler tahmin edicileri hesaplanır. Bu durumda elde edilmesi gereken σ_1^2 ve σ_2^2 'nin en iyi karesel yansız tahminicileri $\hat{\sigma}_1^2 = \frac{u^T P u}{\text{tr}(P)}$ ve $\hat{\sigma}_2^2 = \frac{u^T Q u}{\text{tr}(Q)}$ şeklindedir. $\hat{\sigma}_1^2$ ve $\hat{\sigma}_2^2$ eşitliklerinde gerçek u_{it} yerine onların tahmin edicileri kullanılarak farklı varyans bileşen tahmin edicileri bulunur. İlk olarak, gerçek hata vektörünün yerine EKK artıkları kullanılabilir (Wallace ve Hussain 1969). Ancak EKK tahmin edicileri yansız ve tutarlı olsalar da, etkin bir tahmin edici değildir. İkinci olarak, EKK artıkları yerine LSDV artıkları kullanılabilir (Amemiya 1971). Üçüncü olarak ise, Swamy ve Arora 1972 tarafından ortalama hata karelerine karşılık gelen varyans bileşenlerinin tahmin edicilerini elde etmek için Within ve Between regresyonları önerilmiştir. β parametrelerinin genelleştirilmiş en küçük kareler tahmin edicisi

$$\hat{\beta}_{GLS} = \left[\left(\frac{X^T Q X}{\sigma_\vartheta^2} \right) + \frac{X^T (P - \bar{J}_{NT}) X}{\sigma_1^2} \right]^{-1} \left[\left(\frac{X^T Q y}{\sigma_\vartheta^2} \right) + \frac{X^T (P - \bar{J}_{NT}) y}{\sigma_1^2} \right]$$

$$= [W_{XX} + \phi^2 B_{XX}]^{-1} [W_{Xy} + \phi^2 B_{Xy}]$$

şeklinde elde edilmektedir (Baltagi 2005). Burada,

$$W_{XX} = X^T Q X, B_{XX} = X^T (P - \bar{J}_{NT}) X \text{ ve } \phi^2 = \frac{\sigma_\vartheta^2}{\sigma_1^2} \text{ dir.}$$

1.1.3. Çift Yönlü Modeller

Hata terimi içerisinde hem kesit hem de zamana bağlı değişkenlerin olduğu modellerdir ve

$$y_{it} = \alpha + X_{it}^T \beta + \mu_i + \lambda_t + \vartheta_{it} \quad (10)$$

şeklinde gösterilir. u_{it} matris-vektör notasyonu ile $u = Z_\mu \mu + Z_\lambda \lambda + \vartheta$ yazılırsa Eşitlik (10) aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir.

$$y = \alpha \iota_{NT} + X\beta + Z_\mu \mu + Z_\lambda \lambda + \vartheta \quad (11)$$

Burada, Z_μ matrisi ve μ , ϑ vektörleri tek yönlü modeller açıklanmıştır. ι_N , $N \times 1$ boyutlu birlerden oluşan vektör; I_T , $T \times T$ boyutlu birim matris olmakla, $Z_\lambda = \iota_N \otimes I_T$ şeklinde $NT \times T$ boyutlu, sıfır ve birlerden oluşan zamana bağlı gölge değişken matrisi olarak ifade edilir.

1.1.3.1. Çift Yönlü Sabit Etkili Model

Bu modelde, μ_i ve λ_t tahmin edilmesi gereken sabit parametrelerdir. Geriye kalan terimin ise bağımsız ve aynı dağılıma sahip olduğu varsayılmıştır. Burada LSDV yöntemiyle parametreler hesaplanabilir. Ancak LSDV ile tahmin edilen parametrelerin sayısında artış ve serbestlik derecesinde azalama olacaktır. Ek olarak bağımsız değişkenler arasındaki çoklu bağlantı problemi de ortaya çıkabilmektedir. Bu nedenlerden dolayı Wallace ve Hussain (1969) tarafından önerilen dönüşüm yöntemi kullanılarak β parametresi

$$\hat{\beta} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1} \tilde{X}^T \tilde{y}$$

şeklinde elde edilir. α , μ_i ve λ_t değerleri ise

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= \bar{y}_{..} - \hat{\beta} \bar{x}_{..} \\ \hat{\mu}_i &= (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) - \hat{\beta} (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..}) \\ \hat{\lambda}_t &= (\bar{y}_{.t} - \bar{y}_{..}) - \hat{\beta} (\bar{x}_{.t} - \bar{x}_{..}) \end{aligned}$$

olarak hesaplanır. Burada $\bar{y}_{..} = \frac{\sum \sum y_{it}}{NT}$, $\bar{x}_{..} = \frac{\sum \sum x_{it}}{NT}$, $\bar{y}_{i.} = \frac{\sum y_{it}}{T}$, $\bar{x}_{i.} = \frac{\sum x_{it}}{T}$, $\bar{y}_{.t} = \frac{\sum y_{it}}{N}$, $\bar{x}_{.t} = \frac{\sum x_{it}}{N}$.

1.1.5. Çift Yönlü Rasgele Etkili Model

Bu model de büyük bir kitleden N sayıda kesit rasgele olarak seçilir. Burada $\mu_i \sim IID(0, \sigma_\mu^2)$, $\lambda_t \sim IID(0, \sigma_\lambda^2)$ ve $\vartheta_{it} \sim IID(0, \sigma_\vartheta^2)$ dağılıkları varsayılmıştır. Ayrıca μ_i , λ_t ve ϑ_{it} bağımsızdır. Varyans kovaryans matrisi

$$\Omega = E(uu^T) = \sigma_\mu^2 (I_N \otimes J_T) + \sigma_\lambda^2 (J_N \otimes I_T) + \sigma_\vartheta^2 (I_N \otimes I_T) \quad (12)$$

şeklinindedir. Bu matrisin köşegen elemanları $Var(u_{it}) = \sigma_\mu^2 + \sigma_\lambda^2 + \sigma_\vartheta^2$ sabittir. Bu yöntem de regresyon parametreleri genelleştirilmiş en küçük kareler yöntemi ile hesaplanır. Bu yöntem için $\Omega^{-\frac{1}{2}}$ matrisi gereklidir. Bu matris $\Omega^{-\frac{1}{2}} = \sum_{i=1}^4 \lambda_i^{-\frac{1}{2}} Q_i$ şeklinde bulunur. Bu matris hesaplandıktan sonra Fuller ve Battese (1973, 1974) tarafından önerilmiş olan dönüşüm yöntemi

ile β parametresinin genelleştirilmiş en küçük kareler tahmincisi aşağıdaki gibi bulunur (Baltagi 2005).

$$\hat{\beta}_{GLS} = \left[\frac{(X^T Q_1 X)}{\sigma_{\theta}^2} + \frac{(X^T Q_2 X)}{\lambda_2} + \frac{(X^T Q_3 X)}{\lambda_3} \right]^{-1} \times \left[\frac{(X^T Q_1 y)}{\sigma_{\theta}^2} + \frac{(X^T Q_2 y)}{\lambda_2} + \frac{(X^T Q_3 y)}{\lambda_3} \right]$$

$$= [W_{XX} + \phi_2^2 B_{XX} + \phi_3^2 C_{XX}]^{-1} [W_{Xy} + \phi_2^2 B_{Xy} + \phi_3^2 C_{Xy}]$$

şeklinde elde edilir (Baltagi 2005).

Burada, $W_{XX} = X^T Q_1 X$, $B_{XX} = X^T Q_2 X$, $C_{XX} = X^T Q_3 X$, $\phi_2^2 = \frac{\sigma_{\theta}^2}{\lambda_2}$ ve

$\phi_3^2 = \frac{\sigma_{\theta}^2}{\lambda_3}$. Burada kullanılan σ_{μ}^2 , σ_{λ}^2 ve σ_{θ}^2 varyansları farklı varyans bileşen tahmin edicileriyle elde edilebilir. İlk olarak Wallace ve Hussain (1969) varyans bileşen tahmin edicisinde bilinmeyen hata terimlerinin yerine onların EKK tahmin edicilerini yazarak $\hat{\sigma}_{\mu}^2$, $\hat{\sigma}_{\lambda}^2$ ve $\hat{\sigma}_{\theta}^2$ değerleri hesaplanır. İkinci olarak, Amemiya (1971) varyans bileşen tahmin edicisinde EKK artıkları yerine LSV artıkları kullanılarak $\hat{\sigma}_{\mu}^2$, $\hat{\sigma}_{\lambda}^2$ ve $\hat{\sigma}_{\theta}^2$ tahmin edicileri bulunur. Üçüncü olarak ise, Swamy ve Arora 1972 varyans bileşenlerinin tahmin edicilerini elde etmek için önerilen üç regresyon modelinden sırasıyla $\hat{\sigma}_{\mu}^2$, $\hat{\sigma}_{\lambda}^2$ ve $\hat{\sigma}_{\theta}^2$ hesaplanır.

1.2. Panel Veri Modellerinde Model Yapısının Belirlenmesi

Bu bölümde panel veri modellerinde model yapısının belirlenmesi ve bazı durumların incelenmesi için kullanılan hipotez testleri detaylı şekilde anlatılmıştır. Bu testler sırasıyla Chow testi, Hausman testi ve Lagrange Çarpımı testidir.

1.2.1. Chow Testi

Chow (1960) tarafından önerilen bu test veri setinin kesite ya da zamana göre panel veri durumunu belirlemek için kullanılır. Bu testi uygulamak için kısıtsız ve kısıtlı modele ihtiyaç vardır. Kısıtsız model her bir kesit için farklı δ_i 'ye sahip olan ve

$$y_i = Z_i \delta_i + u_i \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (13)$$

şeklinde gösterilen modelken, kısıtlı model ise her bir kesit için aynı δ 'ye sahip olan ve

$$y = Z\delta + u \quad (14)$$

olarak ifade edilen modeldir. Bu teste ilişkin test istatistiği

$$F = \frac{\frac{(e^T e - e^{*T} e^*)}{(N-1)(K+1)}}{\frac{e^{*T} e^*}{N(T-(K+1))}}$$

dir. Burada, $e = Mu$ kısıtlı modelden elde edilmiştir ve

$M = (I_{NT} - Z(Z^T Z)^{-1} Z^T)$ 'dir. Benzer olarak $e^* = M^* u$ kısıtsız model yardımıyla hesaplanır ve $M^* = I_{NT} - Z^*(Z^{*T} Z^*)^{-1} Z^{*T}$ 'dir. Bu test istatistiği $(N - 1)(K + 1)$ ve $N(T - (K + 1))$ serbestlik derecesi ile χ^2 dağılır.

1.2.2. Hausman Testi

Hausman (1978) tarafından önerilen test panel veri modelinin sabit etkili ya da rasgele etkili bir model olup-olmadığını tespit etmek için kullanılır. Bu teste ilişkin test istatistiği

$$H = (\hat{\beta}_{FE} - \hat{\beta}_{RE})^T [Var(\hat{\beta}_{FE}) - Var(\hat{\beta}_{RE})]^{-1} (\hat{\beta}_{FE} - \hat{\beta}_{RE})$$

şekindedir. H test istatistiği, k serbetlik dereceli χ^2 dağılımına sahiptir. $\hat{\beta}_{FE}$ ve $\hat{\beta}_{RE}$ sırasıyla sabit etkili ve rasgele etkili modelden tahmin edilmiş olan katsayılar vektörleridir. $Var(\hat{\beta}_{FE})$ ve $Var(\hat{\beta}_{RE})$ sırasıyla sabit etkiler ve rasgele etkiler modelinden tahmin edilen vektörlerin varyans-kovaryans matrisleridir.

1.2.3. Lagrange Çarpımı Testi

Breusch-Pagan (1980) tarafından önerilen bu test incelenen panel veri modellerinde kesit etkisini, zaman etkisini ya da hem kesit hem de zaman etkisini belirlemek için kullanılır. Lagrange Çarpımı (LM) testi hesaplamalar için EKK artıkları kullanılır. LM testine ilişkin hipotezler

$$\left. \begin{array}{l} H_0^a: \sigma_\mu^2 = 0 \\ H_1^a: \sigma_\mu^2 \neq 0 \end{array} \right\} (a) \quad \left. \begin{array}{l} H_0^b: \sigma_\lambda^2 = 0 \\ H_1^b: \sigma_\lambda^2 \neq 0 \end{array} \right\} (b)$$

$$\left. \begin{array}{l} H_0^c: \sigma_\mu^2 = \sigma_\lambda^2 = 0 \\ H_1^c: \sigma_\mu^2 = \sigma_\lambda^2 \neq 0 \end{array} \right\} (c)$$

şekindedir. (a) kesit, (b) zaman ve (c) ise hem kesit hem de zaman etkisini test etmek için oluşturulan hipotezlerdir (Uyar, 2015). Kesit etkisinin olup olmadığını belirlemek için kullanılan test istatistiği

$$LM_1 = \frac{NT}{2(T-1)} \left[1 - \frac{\tilde{u}^T (I_N \otimes J_T) \tilde{u}}{\tilde{u}^T \tilde{u}} \right]^2 \quad (15)$$

şekindedir. Burada, N ; kesit sayısını, T ; zaman sayısını ve \tilde{u} ise EKK artıklarını göstermektedir. LM_1 ifadesi χ_1^2 olarak dağılmaktadır.

Zaman etkisinin olup olmadığını belirlemek için aşağıdaki test istatistiği kullanılır.

$$LM_2 = \frac{NT}{2(N-1)} \left[1 - \frac{\tilde{u}^T (J_N \otimes I_T) \tilde{u}}{\tilde{u}^T \tilde{u}} \right]^2 \quad (16)$$

LM_2 ifadesi de χ_1^2 dağılmaktadır.

Hem kesit ve hem de zaman etkisinin bulunup bulunmadığını belirlemek için ise (15) ve (16) denklemlerinin toplanmasıyla bulunan ve aşağıda gösterilen test istatistiği kullanılır.

$$LM = LM_1 + LM_2$$

$$LM = \frac{NT}{2(T-1)} \left[1 - \frac{\tilde{u}^T (J_N \otimes J_T) \tilde{u}}{\tilde{u}^T \tilde{u}} \right]^2 + \frac{NT}{2(N-1)} \left[1 - \frac{\tilde{u}^T (J_N \otimes I_T) \tilde{u}}{\tilde{u}^T \tilde{u}} \right]^2 \quad (17)$$

Burada LM ifadesi χ_2^2 dağılmaktadır.

1.3. Panel Veri Modellerinde Temel Varsayımlar için Testler

Panel veri modellerinde üç temel varsayım vardır. Bu varsayımlar otokorelasyon, değişen varyans ve birimler arası korelasyonun varlığıdır. Bu varsayımların, bir veya birkaçının sağlanmaması durumunda standart hatalar sapmalı tahmin edilir, tahmin ediciler etkinlik özelliklerini sağlayamazlar. Dolayısıyla öncelikli olarak bu varsayımların incelenmesi gerekir. Aşağıda varsayımların kontrol edilmesi için kullanılan testler ayrıntılı bir şekilde anlatılmıştır.

1.3.1. Durbin Watson (DW) Otokorelasyon Testi

Zaman serileri analizi yapılırken serilerin otokorelasyonu incelenmelidir. Panel veri kesit boyutunun yanı sıra zaman boyutunu da içerdiği için serilerde otokorelasyon varlığı test edilmelidir. Literatürde bir çok otokorelasyon testi mevcuttur. Bu testler içerisinde en popüler olanı Durbin Watson otokorelasyon testidir. Bu teste ilişkin test istatistiği,

$$DW = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=2}^T (\hat{u}_{it} - \hat{u}_{it-1})^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \hat{u}_{it}^2} \quad (18)$$

şeklinde dir. Burada, \hat{u}_i hataların EKK tahmin edicisidir (Baltagi 2005).

1.3.2. Uyarlanmış Wald Testi

Panel veri modellerinde incelenmesi gereken bir diğer durum ise hata terimlerinin varyanslarının sabitliğidir. Veri setinde değişen varyanslılık olması durumunda parametrelerin tahmin değerleri hatalı olarak elde edilir, parametrelerin standart hatalarının tahmin değerleri olması gerekenden daha büyük çıkar ve bu durumda yanlış güven aralıklarının elde edilmesine vb. gibi problemler ortaya çıkmaktadır. Literatürde değişen varyanslılık durumunu incelemek için birçok test vardır. Bu çalışmada sabit etkili modeller için kullanılan Uyarlanmış Wald testi ile değişen varyanslılık durumu incelenmiştir. Bu teste ilişkin test istatistiği,

$$W = \sum_{i=1}^n \frac{(\hat{\sigma}_i^2 - \hat{\sigma}^2)^2}{f_{ii}} \quad (19)$$

şeklinde dir. Burada, $\hat{\sigma}_i^2$ birimlerin hata varyans tahminini gösterirken $\hat{\sigma}_i^2$ ve f_{ii} aşağıdaki eşitliklerde verildiği gibi hesaplanır.

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T_i} \hat{u}_{it}^2, f_{ii} = \frac{1}{T} \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^{T_i} (\hat{u}_{it}^2 - \hat{\sigma}_i^2)^2 \quad (20)$$

(19) eşitliği n serbest dereceli χ^2 dağılımına sahiptir (Greene 2002).

1.3.3. Yatay Kesit Bağımlılığı

Yatay kesit bağımlılık testleri ile birimler (yatay kesit) arasında bağımlılık olup olmadığı incelenir. Birimler birbirlerinden bağımsız olarak kabul edilse de, uygulamada birimlerin birbirleriyle bağımlılık durumlarıyla karşılaşılabılır. Yatay kesit bağımlılığı birimler arası korelasyon olarak da bilinir. Yani, bu test ile seri beklenmeyen bir olay ile karşılaşırsa tüm yatay kesit birimlerinin ilgili olaydan aynı derecede etkilenip etkilenmediği araştırılır. Bu çalışmada, hem sabit hem de rastgele etkili modellerde kullanılabilen Peseran test istatistiği kullanılarak yatay kesit bağımlılığı incelenmiştir. Bu test $n \geq T$ durumunda kullanılabilir ve $n \rightarrow \infty$ olduğunda ise tutarlı sonuçlar vermektedir (Peseran,2004). Test istatistiği,

$$CD_{LM} = \sqrt{\frac{2T}{n(n-1)}} \left(\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \hat{\rho}_{ij} \right) \quad (21)$$

şeklinde tanımlanmıştır. $\hat{\rho}_{ij}$, i.inci birim ile j'inci birimin artıkları arasındaki korelasyonu gösterir ve aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$\hat{\rho}_{ij} = \hat{\rho}_{ji} = \frac{\sum_{t=1}^T \hat{u}_{it} \hat{u}_{jt}}{\left(\sum_{t=1}^T \hat{u}_{it}^2 \right)^{1/2} \left(\sum_{t=1}^T \hat{u}_{jt}^2 \right)^{1/2}} \quad (22)$$

Burada, \hat{u}_{it} panel veri modelinden tahmin edilen artık değerleridir. Test istatistiği, asimptotik olarak standart normal dağılır (Peseran,2004).

1.4. Dayanıklı (Robust) Tahmin Ediciler

Panel veri analizinde varsayımlardan en az birisinin sağlanmadığı durumlar da, tahmin ediciler sapmalı ve tutarsız olarak elde edilecektir. Bu durumda uygun dayanıklı tahmin ediciler ile tahmin edicide aranan özellikler sağlanır. Huber, Eicker ve White tahmin edicisi, Driscoll-Kraay tahmin edicisi, Arellano, Froot ve Rogers tahmin edicisi, Wooldridge tahmin edicisi olmak üzere çeşitli tahmin yöntemleri vardır. Bu çalışmada Driscoll-Kraay dayanıklı tahmin edici yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem aşağıda detaylı olarak anlatılmıştır (Kengeş,2019).

1.4.1. Driscoll-Kraay Tahmin Edicisi

Driscoll-Kraay tahmin edicisi, birimlerin ortalamasına dayanır ve modeldeki birim ve zaman boyutuna bağlı değildir. Dolayısıyla tutarlı bir tahmin edicidir. Bu yöntem, havuzlanmış en küçük kareler modelinde,

$$\underline{Y} = \underline{\beta}' \underline{X} + \underline{u} \quad (23)$$

şeklinde tanımlanır. Modelde, \underline{u} hata terimi vektörü ile bağımsız değişkenlerin matrisi (X) arasında korelasyonun olmadığı varsayılır ve hesaplanan tahmin edici,

$$\underline{\hat{\beta}} = (X'X)^{-1} X'y \quad (24)$$

şeklinde dir. Driscoll ve Kraay standart hataları ise, kovaryans matrisinin dayanıklı (robust) diagonal elemanlarının karekökleri yardımıyla

$$V(\underline{\hat{\beta}}) = (X'X)^{-1}\hat{S}_T(X'X)^{-1} \quad (25)$$

şeklinde hesaplanır. Burada \hat{S}_T , Newey ve West (1987) tarafından

$$\hat{S}_T = \hat{\Omega}_0 + \sum_{j=1}^{m(T)} w(j, m)[\hat{\Omega}_j + \hat{\Omega}_j'] \quad (26)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Eşitlikte $m(T)$ otokorelasyon için gecikme uzunluğunu ifade etmektedir ve

$$w(j, m) = (1 - j)/\{m(T) + 1\} \quad (27)$$

olarak uyarlanmış Bartlett ağırlıklarıdır. Böylece \hat{S}_T 'nin hem pozitif yarı tanımlı olmasını sağlar hem de yüksek düzeydeki gecikmelerin ağırlığını azaltarak düzenler (Driscoll ve Kraay 1998, Hoechle 2007).

Diğer bir ifade olan,

$$\hat{\Omega}_j = \sum_{t=j+1}^T h_t(\hat{\beta}) h_{t-j}(\hat{\beta})' \quad (28)$$

$$h_t(\hat{\beta}) = \sum_{i=1}^{n(t)} h_{it}(\hat{\beta}) \quad (29)$$

biçiminde tanımlanır. Her bir birim için t moment koşullarının karesi,

$$h_{it}(\hat{\beta}) = x_{it}\hat{u}_{it} = x_{it}(y_{it} - \hat{\beta}'x_{it}) \quad (30)$$

olarak hesaplanır. Driscoll-Kraay tahmin edicisi bu düzeltme ile dengesiz panel verilerde de kullanılır (Driscoll ve Kraay 1998; Hoechle 2007).

2. Uygulama

Bu çalışmada, 2015 ile 2023 yılları arasında 130 OECD ülkesinin mutluluk puanı ve bu puanı etkileyen çeşitli temel göstergeleri içeren Kaggle mutluluk raporundan elde edilen veriler kullanılmıştır. Dünya Mutluluk Raporu (World Happiness Report) 2012 yılı itibarıyla her yıl yayımlanmaktadır ve Birleşmiş Milletler (BM) tarafından hayata geçirilen bu raporla dünyanın en mutlu ülkeleri tespit edilmektedir.

Veri seti, ülke adları, bölgeler, mutluluk puanları, kişi başına düşen GSYİH, sosyal destek, sağlıklı yaşam beklentisi, yaşam seçimlerini yapma özgürlüğü, cömertlik ve yolsuzluk algıları gibi küresel mutluluk ve refahla ilgili değişkenleri içermektedir. Bu değişkenler, ülkelerin ve bölgelerin mutluluk ve sosyo-ekonomik koşullarına ilişkin bilgileri kapsamaktadır. Bu bağlamda, Dünya Mutluluk Raporu küresel ölçekte refahın analiz edilmesi ve anlaşılması için önemli bir kaynak sunmaktadır. Bu çalışmanın amacı, 2015-2023 yılları arasında 130 ülkenin mutluluk puanı ve bu puanı etkileyen değişkenlerin panel veri regresyon modeli yardımıyla incelenmesidir. Analizler R paket programıyla *plm*, *pglm* ve *lmtest* paketleri kullanılarak yapılmıştır.

Çalışmada ele alınan OECD ülkeleri ve bu ülkelere karşılık gelen bölgeler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 1. Araştırmada Ele Alınan OECD Ülkeleri ve Bölgeleri

Bölge	Ülke
Central and Eastern Europe (B1)	Albania
	Armenia
	Bosnia and Herzegovina
	Bulgaria
	Croatia
	Czechia
	Estonia
	Georgia
	Hungary
	Kosovo
	Latvia
	Lithuania
	Moldova
	Montenegro
	North Macedonia
	Poland
	Romania
	Russia
	Serbia
Slovakia	
Slovenia	
Ukraine	
Western Europe (B2)	Austria
	Belgium
	Cyprus
	Denmark
	Finland
	France
	Germany
	Greece
	Iceland
	Ireland
	Italy
	Luxembourg
	Malta
Netherlands	

	Norway
	Portugal
	Spain
	Sweden
	Switzerland
	United Kingdom
	Cambodia
	Indonesia
	Malaysia
	Myanmar
	Philippines
	Singapore
	Thailand
	Vietnam
Southeast Asia (B3)	Cambodia
	Indonesia
	Malaysia
	Myanmar
	Philippines
	Singapore
	Thailand
	Vietnam
	Afghanistan
	Bangladesh
	India
	Nepal
	Pakistan
	Sri Lanka
South Asia (B4)	Afghanistan
	Bangladesh
	India
	Nepal
	Pakistan
	Sri Lanka
	China
	Hong Kong S.A.R. of China
East Asia (B5)	Japan
	Mongolia

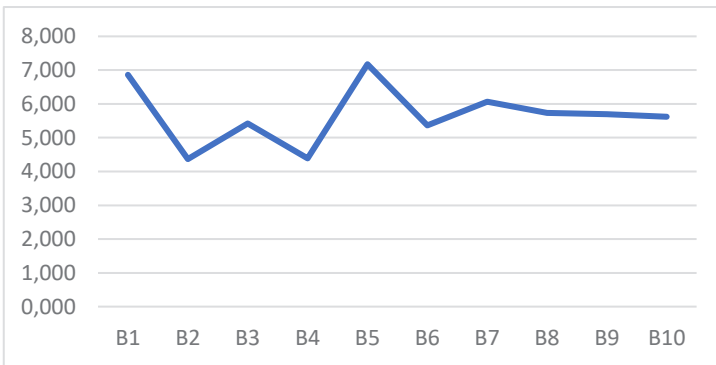
	South Korea
	Taiwan Province of China
	China
	Hong Kong S.A.R. of China
	Mongolia
	South Korea
	Taiwan Province of China
	Australia
	Canada
North America and ANZ (B6)	New Zealand
	United States
	Argentina
	Bolivia
	Brazil
	Chile
	Colombia
	Costa Rica
	Dominican Republic
	Ecuador
	El Salvador
Latin America and Caribbean (B7)	Guatemala
	Honduras
	Jamaica
	Mexico
	Nicaragua
	Panama
	Paraguay
	Peru
	Uruguay
	Venezuela
	Algeria
	Bahrain
Middle East and North Africa (B8)	Egypt
	Iran
	Iraq
	Israel
	Jordan

	Lebanon
	Morocco
	Saudi Arabia
	Tunisia
	Turkiye
	United Arab Emirates
	Benin
	Botswana
	Burkina Faso
	Cameroon
	Chad
	Congo (Brazzaville)
	Ethiopia
	Gabon
	Ghana
	Guinea
	Ivory Coast
	Kenya
	Liberia
Sub-Saharan Africa (B9)	Madagascar
	Malawi
	Mali
	Mauritania
	Mauritius
	Niger
	Nigeria
	Senegal
	Sierra Leone
	South Africa
	Tanzania
	Togo
	Uganda
	Zambia
	Zimbabwe
	Kazakhstan
Commonwealth of Independent States (B10)	Kyrgyzstan
	Tajikistan
	Uzbekistan

Panel veri analizinde zaman boyutu olarak 2015’den 2023’e kadar olan yıllar, yatay kesit boyutu olarak ise bölgeler alınmıştır. Tablo 2’de analizde yer alan değişkenler ve bu değişkenlere ait açıklamalara yer verilmiştir.

Tablo 2. OECD Bölgeleri Modelinde Kullanılan Değişkenlerin Tanımlayıcı İstatistikleri

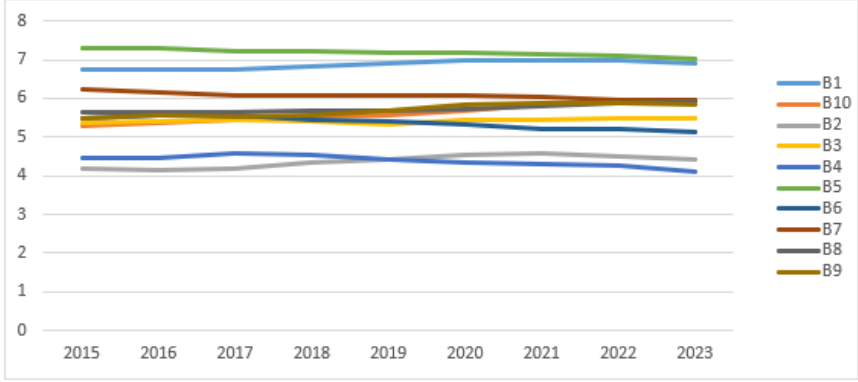
Değişkenler	N	Ortalama±Std.Sapma	Minimum	Maksimum
Mutluluk Puanı	90	5,669±0,873	4,089	7,289
Kişi başına düşen	90	1,100±0,362	0,414	1,913
Sosyal Destek	90	1,093±0,273	0,409	1,544
Sağlıklı Yaşam Beklentisi	90	0,641±0,197	0,153	1,014
Yaşam seçimi yapma Özgürlüğü	90	0,484±0,101	0,272	0,676
Cömertlik	90	0,218±0,088	0,102	0,457
Yolsuzluk Algıları	90	0,147±0,076	0,043	0,342



Grafik 1. Yıllara Göre Ortalama Mutluluk Puanının OECD Bölgeleri İçin Çizgi Grafiği

Grafik 1’de her bölge için incelenen zaman aralığında ortalama mutluluk puanının değişimi gösterilmiştir. Grafiğe göre en yüksek mutluluk puanı

ortalamasına sahip olan East Asia (B5) bölgesidir. En düşük mutluluk puanı ortalamasına sahip bölge ise Western Europe (B2) ve South Asia (B4) bölgeleridir.



Grafik 2. Yıllara Göre Mutluluk Puanının OECD Bölgeleri için Çizgi Grafiği

Grafik 2’de ise, her bölgenin mutluluk puanının 2015 ile 2023 yılları arasındaki değişimi gösterilmiştir. Verilere göre, East Asia (B5) bölgesi 2021 yılına kadar en yüksek mutluluk puanına sahipken, 2021 yılı sonrası mutluluk puanı azalmış ve Central and Eastern Europe (B1) bölgesi ile yakın değerlere sahip olmuştur. En düşük mutluluk puanına sahip bölge ise 2019 yılına kadar Western Europe (B2) bölgesi iken, 2019 yılı sonrası South Asia (B4) bölgesi olmuştur.

OECD Ülkeleri için Model Tahmini

OECD ülkelerinin mutluluk puanını etkileyen faktörleri tahmin ederken kullanılan regresyon modeli aşağıdaki gibidir.

$$MP = \beta_1 SYB + \beta_2 GSYİH + \beta_3 SD + \beta_4 YÖ + \beta_5 CÖ + \beta_6 YA + u_{it} \quad i = 1, 2, \dots, 10; t = 1, 2, \dots, 9.$$

Burada, MP , mutluluk puanı; SYB , sağlıklı yaşam beklentisi; $GSYİH$, kişi başı gayrisafi yurtiçi hasıla; SD , sosyal destek; $YÖ$, yaşam seçimi yapma özgürlüğü; $CÖ$, cömertlik; YA , yolsuzluk algıları ve u_{it} , hata terimini ifade etmektedir.

OECD Ülkeleri için Panel Veri Analizi Sonuçları

Öncelikle verinin kesit veya zamana göre panel veri olma durumu *Chow testi* ile incelenmiştir. Chow testine ilişkin hipotezler aşağıda verilmiştir.

$$H_0: \delta_t = \delta$$

$$H_1: \delta_t \neq \delta$$

Tablo 3. Chow testi sonucu

F	sd1	sd2	p-değeri*
18.836	63	20	<0.001

*p<0.05

p-değeri<0.05 olduğu için sıfır hipotezi reddedilir ve veri seti zamana göre panel veridir.

Sonrasında modelin sabit veya rastgele etkili bir modelden hangisi olduğunu tespit etmek için *Hausman testi* yapılmıştır. Bu teste ilişkin hipotezler aşağıda şu şekildedir.

H_0 : Model rastgele etkili bir modeldir.

H_1 : Model sabit etkili bir modeldir.

Tablo 4. Hausman testine ilişkin sonuçlar

χ^2 değeri	sd	P-değeri*
1183.7	6	<0.001

*p<0.05

Tablo 4'e göre $p < 0.05$ olduğu için sıfır hipotezi reddedilir. Bu durumda model sabit etkili bir modeldir. Veri setinin sabit etkili model olduğu belirlendikten sonra, modelin tek yönlü veya çift yönlü model durumunu incelemek için *Lagrange Çarpanı testi* kullanılmıştır.

Tablo 5'de $p < 0.05$ olduğu için sıfır hipotezi reddedilir. Dolayısıyla modelin *çift yönlü sabit etkili model* olduğu sonucuna ulaşılr.

Tablo 5. Lagrange Çarpanı Testi Sonuçları

	$H_0^a : \sigma_\mu^2 = 0$	$H_0^b : \sigma_\lambda^2 = 0$	$H_0^c : \sigma_\mu^2 = \sigma_\lambda^2 = 0$
Lagrange Çarpanı	29.378 (p<0.001)	90.957 (p<0.001)	120.34 (p<0.001)

p<0.05

Durbin-Watson, *Uyarlanmış Wald Testi* ve *Peseran CD* testleri kullanılarak sırasıyla modelin otokorelasyon, değişen varyanslılık ve yatay kesit bağımlılığı varsayımları incelenmiştir.

Otokorelasyon testine ilişkin hipotezler aşağıda verilmiştir.

H_0 : Modelde otokorelasyon yoktur.

H_1 : Modelde otokorelasyon vardır.

Tablo 6. Durbin-Watson Otokorelasyon testi sonuçları

DW değeri	p-değeri*
2.286	0.921

* $p < 0.05$

Tablo 6'ya bakıldığında, DW değeri 2'den büyük olduğu için modelde otokorelasyon varlığından bahsedilemez.

Değişen varyanslılığa ilişkin hipotezler

H_0 : Model sabit varyanslıdır.

H_1 : Model değişen varyanslıdır.

şeklinde ve Uyarlanmış Wald test sonuçları Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7. Uyarlanmış Wald testi sonuçları

χ^2 değeri	sd	p-değeri
155.14	6	<0.001

Tablo 7'ye göre $p < \alpha$ olduğu için sıfır hipotezi reddedilir. Hata terimlerinin sabit varyanslı olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Yatay kesit bağımlılığına ilişkin hipotezler aşağıdaki gibidir.

H_0 : Yatay kesit bağımlılığı yoktur.

H_1 : Yatay kesit bağımlılığı vardır.

Tablo 8. Peseran CD testi sonuçları

z değeri	p-değeri
-2.096	0.036

Tablo 8'e göre $p < \alpha$ olduğu için sıfır hipotezi reddedilir. Modelde yatay kesit bağımlılığı bulunmaktadır.

İncelenen testlere göre çift yönlü sabit etkili regresyon modeli sonuçları Tablo 9'da verilmiştir.

Tablo 9. Çift Yönlü Sabit Etkili Model Sonuçları

	Tahmin	Standart Hata	t-değerleri	Pr(> t)*
SYB	2.068	0.432	4.790	<0.001
GSYİH	1.630	0.388	4.198	<0.001
SD	0.784	0.369	2.125	0.037
YÖ	0.614	0.460	1.335	0.187
CÖ	2.343	0.392	5.974	<0.001

YA	5.036	0.795	6.333	<0.001
Genel Kareler Toplamı: 1.511				
Artık Kareler Toplamı: 0.451				
R ² : 0.702				
Düzeltilmiş R ² : 0.598				
F-istatistiği: 25.8572 (6 ve 66 serbestlik derecesi ile), p-değeri: <0.001				

*p<0.05

Sabit etkiler regresyon modeli sonuçlarına göre, MP'yi etkileyen değişkenler sırasıyla, SYB, GSYİH, SD, CÖ ve YA değişkenleridir. YÖ değişkeni istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır. Düzeltilmiş R² değerine göre, modelde bağımsız değişkenler bağımlı değişkeni yaklaşık olarak %60'ını açıklamaktadır.

Tahmin edilen sabit etkili regresyon modeli;

$MP = 2.068SYB + 1.630GSYİH + 0.784SD + 2.343CÖ + 5.036YA$ şeklindedir.

Belirlenen çift yönlü sabit etkili modelin varsayım testleri sonuçlarına göre modelde değişen varyans ve birimler arası korelasyon olduğu tespit edilmiştir. Bu durumda dayanıklı tahmin edicilerden Driscoll-Kraay tahmin edicisi ile regresyon parametrelerinin tahmin değerleri yeniden hesaplanmıştır ve sonuçlar Tablo 10'da verilmiştir.

Tablo 10. Driscoll-Kraay Model Sonuçları

	Tahmin	Standart Hata	t-değeri	p-değeri*
SYB	2.068	0.274	7.544	<0.001
GSYİH	1.630	0.233	6.988	<0.001
SD	0.784	0.298	2.633	0.010
YÖ	0.614	0.307	1.998	0.0497
CÖ	2.343	0.617	3.796	<0.001
YA	5.036	0.596	8.452	<0.001

*p<0.05

Tablo 10'a bakıldığında parametrelerin tahmin değerleri ile Tablo 9'da gösterilen parametrelerin tahmin değerleri aynıdır. Sadece bu değerler için hesaplanan standart hatalar daha küçük hesaplanmıştır. Ayrıca, yaşam seçimi yapma özgürlüğü (YÖ) değişkeni sınırdan anlamlı olarak bulunmuştur. Bu durumda nihai sabit etkili regresyon tahmin modeli;

$$MP = 2.068SYB + 1.630GSYİH + 0.784SD + 0.614YÖ + 2.343CÖ + 5.036YA$$

şeklinde elde edilir.

3. Sonuç

Bu çalışmada, 130 OECD ülkesinin 2015-2023 yılları arasındaki mutluluk puanını ve bu puanı etkileyen değişkenler arasındaki ilişki panel veri regresyon analizi ile incelenmiştir. Modele dahil edilen değişkenler, sağlıklı yaşam beklentisi, sosyal destek, kişi başına düşen GSYİH, yaşam seçimi yapma özgürlüğü, cömertlik ve yoksulluk algılamadır. Ancak, her ülkede bu faktörlerin etkisi farklılık gösterebilir ve kültürel, tarihsel ve coğrafi faktörler de bu denklemin bir parçasıdır.

Panel veri regresyon analizi yapılabilmesi için ilgili testler sonusunda çift yönlü sabit etkili doğrusal regresyon tahmin modeli elde edilmiştir. Elde edilen ilk modelde MP'yi etkileyen değişkenlerden SYB, GSYİH, SD, CÖ ve YA değişkenleri anlamlı iken, YÖ değişkeni anlamsız bulunmuştur ve model de yer almamıştır. Bu modelde değişen varyans ve birimler arası korelasyon sorunu olduğu için, dayanıklı tahmin edicilerden Driscoll-Kraay ile model parametreleri tekrar tahmin edilmiştir. Nihai modelde ilk modele göre, YÖ değişkeni sınırdan anlamlı bulunmuştur.

Mutluluk puanını (MP) sağlıklı yaşam beklentisi (SYB), kişi başı gayrisafi yurtiçi hasıla (GSYİH), sosyal destek(SD), yaşam seçimi yapma özgürlüğü(YA), cömertlik (CÖ) ve yolsuzluk algıları (YA) pozitif yönde etkilemektedir. Sosyal yaşam beklentisinde 1 birimlik artış mutluluk puanını 2.068 birim arttırmaktadır. Kişi başı gayrisafi yurtiçi hasılda 1 birimlik artış mutluluk puanını 1.630 birim arttırmaktadır. Sosyal destekte 1 birimlik artış mutluluk puanını 0.784 birim, yaşam seçimi yapma özgürlüğünde 1 birimlik artış mutluluk puanını 0.614 birim, cömertlik değişkeninde 1 birimlik artış mutluluk puanını 2.343 birim, yoksulluk algılarında 1 birimlik artış mutluluk puanını 5.036 birimlik arttırmaktadır. Bu değişkenlerden mutluluk puanını en çok etkileyen değişken yoksulluk algıları değişkenidir.

Panel veri analizi ile OECD ülkelerinin mutluluk puanları ve bu puanı etkileyen faktörlerin hem zaman içindeki değişimi hem de bölgeler arasındaki farklılıkları gösterilmiştir. Dolayısıyla, bu analiz aynı birimler üzerinde birden fazla zaman noktasında toplanan verileri kullanarak daha verimli tahminler elde edilmesini sağlamıştır.

Sonuç olarak, panel veri analizi, hem zaman hem kesit bilgisini birleştirdiği için karmaşık ilişkileri analiz eden ve farklı değişkenler arasındaki ilişkileri değerlendiren güçlü bir yöntemdir. Bu nedenle, ekonometri, istatistik ve sosyal bilimlerdeki birçok araştırmacı tarafından sıklıkla kullanılmaktadır.

KAYNAKLAR

- Amemiya, T. (1971), “The Estimation of the Variances in a Variance-Components Model”, *International Economic Review*, Vol. 12, No. 1, pp. 1-13.
- Balestra, P. ve Nerlove, M. (1966), “Pooling Cross Section and Time Series Data in the Estimation of A Dynamic Model: The Demand for Natural Gas”, *Econometrica*, Vol. 34(3), pp. 585-612.
- Baltagi, B. H. (2005), *Econometric Analysis of Panel Data*, England.
- Boran, A. (2018), *Türkiye’de Faaliyet Gösteren Ticaret Bankalarının Karlılığını Etkileyen İçsel Faktörler: 2005-2016 Yılları Arası Panel Veri Analizi* (Yüksek Lisans Tezi), Tekirdağ Namik Kemal Üniversitesi, Tekirdağ.
- Breusch, T. S. ve Pagan, A. R. (1980), “The Lagrange Multiplier Test and Its Applications to Model Specification in Econometrics”, *The Review Economic Studies*, Vol. 47, No.1, pp. 239-253.
- Chow, G. C. (1960), “Tests of Equality Between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions”, *Econometrica*, Vol. 28, No. 3, pp. 591-605.
- Dal, B.(2018), *Kişi Başına Düşen Sağlık Harcamalarının Panel Veri Analiziyle Araştırılması* (Yüksek Lisans Tezi), Ankara Üniversitesi, Ankara.
- Driscoll, J. C. ve Kraay, A. C. (1998). “Consistent Covariance Matrix Estimation with Spatially Dependent Panel Data”. *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 80, No. 4., 549-560.
- Fuller, W. A. ve Battese, G.E. (1973), “Transformations for Estimation of Linear Models with Nested Error Structure”, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 68, No. 343, pp. 626-632.
- Fuller, W. A. ve Battese, G.E. (1974), “Estimation of Linear Models with Cross Error Structure”, *Journal of Econometrics*, 2, 67-78.
- Gourieroux, C., Holly, A. ve Monfort, A. (1982), “Likelihood Ratio Test, Wald Test, and Kuhn-Tucker Test in Linear Models with Inequality Constraints on the Regression Parameters”, *Econometrica*, Vol. 50, No. 1, pp. 63-80.
- Graybill, F.A. (1961), *An Introduction to Linear Statistical Models Volume I*, McGraw-Hill, New York.

- Greene, W. H. (2002). *Econometric Analysis* 5. Edition. Pearson Education, Inc., 828, New Jersey.
- Grunfeld, Y. ve Griliches, Z. (1960), "Is Aggregation Necessarily Bad?", *Review of Economics and Statistics*, pp. 1-13.
- Hsiao, C. (2003), *Analysis of Panel Data*, Cambridge University Press, United Kingdom.
- Hausman, J. A. (1978), "Specification Tests in Econometrics", *Econometrica*, 46, 1251-1271.
- Helliwell, J. F., Layard, R., Sachs, J. D., Aknin, L. B., De Neve, J.-E., & Wang, S. (Eds.). (2023). World Happiness Report 2023 (11th ed.). Sustainable Development Solutions Network. Erişim tarihi: [31.05.2024]. Erişim link: [<https://www.kaggle.com/datasets/sazidthe1/global-happiness-scores-and-factors>]
- Hildreth, C. (1950), "Combining Cross-Section Data and Time Series", *Cowles Commission Discussion Paper*, Statistics No: 347.
- Hoechle, D. (2007). "Robust standard errors for panel regressions with cross-sectional dependence", *The Stata Journal*, 7, 281-312.
- Honda, Y. (1985), "Testing the Error Components Model with Non-Normal Disturbances", *The Review Economic Studies*, Vol. 52, No. 4, pp. 681-690.
- Kengeş, E. (2019), Ülkelerin Refah Düzeylerini Etkileyen Faktörlerin Panel Veri Modelleri İle Analizi (Yüksek lisans Tezi), Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- King, M. L. ve Wu, P. Z. (1997), "Locally optimal One-Sided Tests for Multiparameter Hypotheses", *Econometric Reviews*, 16(2), 131-156.
- Kuh, E. (1959). "The Validity of Cross-Sectionally Estimated Behaviour Equations in Time Series Applications" *Econometrica*, Vol. 27, pp. 197-214.
- Montgomery, D. C., Peck, E. A. ve Vining, G. G. (2001), *Introduction to Linear Regression Analysis*, A Wiley Interscience Publication, United States of America.
- Newey, W. K., and West, K. D., 1987. A Simple, Positive Semi-definite and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix. *Econometrica*, 55(3): 703- 708.

- Swamy, P. A. V. B. ve Arora, S. S. (1972), “The Exact Finite Sample Properties of the Estimator of Coefficient in the Error Components Regression Models”, *Econometrica*, Vol. 40, No. 2, pp. 261-275.
- Pesaran, M. H. (2004). General Diagnostic Tests for Cross Section Dependence in Panels. IZA Discussion Paper No. 1240, 1-41.
- Swamy, P. A. (1970), “Efficient Inference in A Random Coefficient Regression Model”, *Econometrica*, Vol. 38(2), pp. 311-322.
- Tatoğlu, F.Y. (2013a), *Panel Veri Ekonometrisi Stata Uygulamalı*, Beta, Türkiye.
- Tatoğlu, F.Y. (2013b), *İleri Panel Veri Analizi Stata Uygulamalı*, Beta, Türkiye.
- Torres, O. ve Reyna (2010), *Getting Started in Fixed/Random Effect Models Using R*, <http://dss.princeton.edu/training/>
- Uğurca, F.E. (2023), Panel Verilerde Çok Değişkenli İstatistikî Modelleme (Doktora Tezi), Ankara Üniversitesi, Ankara.
- Uyar, G. (2015), Panel Verilerle Regresyon Modelleri (Yüksek Lisans Tezi), Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Wallace, T. D. ve Hussain, A. (1969), “The Use of Error Components Models in Combining Cross Section with Time Series Data”, *Econometrica*, Vol. 37, No. 1, pp. 55-72.
- Zellner, A. (1962), “An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests for Aggregation Bias” *Journal of American Statistical Associations*, Vol. 57, pp. 348-368.

BÖLÜM 3

İKİLİ TOPOLOJİK UZAYLARDA YER ALAN BAZI TEMEL KAVRAMLAR VE TEOREMLER

Güzide ŞENEL¹

¹ Department of Mathematics, Amasya University, Amasya, Turkey

*Corresponding author, g.senel@amasya.edu.tr

Güzide Şenel ORCID: 0000-0003-4052-2631.

1. Giriş

Uygulamalı matematik ve teorik matematikte çeşitli yapılarda verilen kümeler incelendiğinde, herhangi bir problemi çözerken bazı durumlarda bir kümeyi belirli bir yapıda göz önüne almanın yeterli olmadığı görülmüştür. Böylece çözüme ulaşmak için, bir küme üzerine ek bazı yapıların tanımlanmasına ihtiyaç duyulmuştur. Bu ihtiyaçtan yola çıkarak topolojik uzaylarda kullanılan bazı teoriler ikili topolojik uzaylara da taşınarak bu ihtiyaç giderilmeye çalışılmıştır. İkili topolojik uzaylarda çalışmanın en büyük yararı; bir küme üzerinde iki veya ikiden fazla yapının göz önüne alınması ile matematiksel kavramların uzaylar üzerinde ayırt edilmesi sağlanır. Ayrıca, iki veya ikiden fazla yapıyı göz önünde bulundurarak, birkaç yapıda incelenmesi istenen matematiksel öğeler aynı anda çalışılabilir. İkili topolojik uzayları, J. C. Kelly 1963 yılında yayınladığı “Bitopological Space” adlı makalesinde ilk kez incelemiştir. Kelly bu makalede, X kümesini boştan farklı herhangi bir küme olarak alıp, τ_1 ve τ_2 topolojilerini de X kümesi üzerinde herhangi iki topoloji olarak almış ve böylece bizlere ikili topolojik uzayı (X, τ_1, τ_2) sıralı üçlüsü ile tanıtmıştır. J. C. Kelly’ nin bu makalesi ikili topolojik uzaylar (iki topolojili uzaylar) üzerine yapılan ilk ve en temel çalışma olarak kabul edilir.

Bu çalışmada üç araştırma temel kaynak olarak ele alınmıştır. Bunlardan ilki S. Selvanayaki ve N. Rajesh tarafından 2011 de yapılan çalışmadır. Bu çalışmada ikili topolojik uzaydan bahsedilmiş ve hemen hemen (quasi) açık kümeler, hemen hemen(quasi) kapalı kümeler, hemen hemen T_0 , hemen hemen T_1 , hemen hemen T_1^2 , hemen hemen T_2 , hemen hemen $T_1^2^*$, hemen hemen TD aksiyomları tanımlanmıştır. İkinci çalışma ise Mohammad S. Sarsak tarafından 2006 da yapılan çalışmadır. Bu çalışmada da yine ikili topolojik uzaydan bahsedilmiş ve hemen hemen (quasi) açık kümeler, hemen hemen kapalı kümeler, hemen hemen yarı (semi) açık kümeler, hemen hemen yarı kapalı kümeler, hemen hemen yarı T_0 , hemen hemen yarı T_1 , hemen hemen yarı T_1^2 , hemen hemen yarı T_2 tanımlanmıştır. Son olarak incelenen üçüncü çalışma ise Osama El-Tantawy ve Hasan AbuDonia tarafından 2005 yılında yapılan çalışmadır. Bu çalışmada ise yine ikili topolojik uzaylarda ij -önaçık kümeler, ij -yarı-açık kümeler, ij -yarı-önaçık kümeler, ij - α -açık kümeler, ij -yarı kapanış, ij - α -kapanış, ij -yarı önkapanış, ij -önkapanış kümelerini hatırlatmış ve ij -g-kapalı kümeler, ij -gs-kapalı kümeler, ij -sg-kapalı kümeler, ij - α gkapalı kümeler, ij -g α -kapalı kümeler, ij -gsp-kapalı kümeler, ij -spg-kapalı kümeler, ij -gp-kapalı kümeler tanımlanmıştır.

1.MATERYAL ve YÖNTEM

1.1. Topolojik Uzaylarda Yer Alan Bazı Temel Kavramlar ve Teoremler

Tanım 1.1.1: X boştan farklı bir küme ve τ da X in kuvvet kümesi $\mathcal{P}(X)$ in bir alt koleksiyonu olsun.

T-1). X ve \emptyset kümeleri τ ya aittir. Yani $X \in \tau$ ve $\emptyset \in \tau$ dur.

T-2). τ nun herhangi bir alt koleksiyonuna ait kümelerin bileşkesi yine τ ya aittir. Yani I herhangi bir indis kümesi ve $i \in I$ için $U_i \in \tau$ ise

$$\bigcup_{i \in I} U_i \in \tau \text{ dur.}$$

T-3). τ ya ait iki kümenin kesişimi yine τ ya aittir. Yani, $U, V \in \tau$ ise $U \cap V \in \tau$ dur.

τ) sıralı ikilisine bir **topolojik uzay** denir (Koçak 2015).

Tanım1.1.2. (X, τ) bir topolojik uzay olsun. τ nun elemanlarına (X, τ) uzayının açık kümeleri denir (Koçak 2015). Tanım 3.1.2: (X, τ) bir topolojik uzay ve U kümesi X in bir alt kümesi olsun. U nun X e göre tümleyeni olan $X \setminus U$ kümesi (X, τ) uzayında açıksa U ya (X, τ) uzayının **kapalı alt kümesi** denir (Koçak 2015).

Tanım 1.1.3. (X, τ) bir topolojik uzay ve $x \in X$ olsun. $x \in U$ özelliğindeki her U açık kümesine x noktasının bir **komşuluğu** denir. Diğer bir deyişle τ nun x noktasını içeren her elemanına x noktasının bir **komşuluğu** denir (Koçak 2015).

Tanım 1.1.4: (X, τ) bir topolojik uzay, $x \in X$ ve $A \subseteq X$ olsun. $x \in U \subseteq A$ olacak şekilde bir U açık kümesi varsa x noktasına A nın **bir iç noktası** denir. A nın bütün iç noktalarının kümesine A nın içi denir ve A° veya $int(A)$ ile gösterilir.

Yani $A^\circ = int(A) = \{x \in X: x \in U \subseteq A \text{ özelliğinde en az bir } U \in \tau \text{ vardır}\}$ dir (Koçak 2015).

Tanım 1.1.5: (X, τ) bir topolojik uzay, A, X in bir alt kümesi ve \tilde{A} , A nın limit noktalarının kümesi olsun. $X \setminus \tilde{A}$ kümesine A kümesinin **dışı denir** ve $dış(A)$ ile gösterilir. $dış(A)$ kümesinin elemanlarına da A kümesinin dış noktaları denir (Koçak 2015).

Tanım 1.1.6: (X, τ) bir topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. A kümesini içeren tüm kapalıların kesişimine bu kümenin kapanışı denir. A kümesinin **kapanışı** \bar{A} ile gösterilir (Shaum 1965).

1.2. Ayırma Aksiyomları

Tanım .1.2.1: (X, τ) bir topolojik uzay olsun. X in her bir x, y nokta çifti için, bu noktalardan birini içeren diğerini içermeyen en az bir U açık kümesi varsa bu (X, τ) topolojik uzayına T_0 uzayı denir. Diğer bir ifade ile $x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için;

$$x \in U \in \tau, y \notin U \in \tau \text{ veya } x \notin U \in \tau, y \in U \in \tau \text{ olacak şekilde}$$

en az bir U açık kümesi varsa (X, τ) topolojik uzayına T_0 uzayı denir (Koçak 2015).

Tanım 1.2.2: (X, τ) bir topolojik uzay olsun. X in her bir x, y nokta çifti için, bu noktalardan her birinin diğer noktayı içermeyecek şekilde bir komşuluğu varsa (X, τ) topolojik uzayına T_1 uzayı denir. Diğer bir ifade ile $x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için;

$x \in U \in \tau, y \notin U \in \tau$ ve $x \notin V \in \tau, y \in V \in \tau$ olacak şekilde

en az bir U ve V açık kümesi varsa (X, τ) topolojik uzayına T_1 uzayı denir (Koçak 2015).

Tanım 1.2.3: (X, τ) bir topolojik uzay olsun. $x \neq y$ olmak üzere

$\forall x, y \in X$ için $x \in U, y \in V$ ve $U \cap V = \emptyset$ olacak şekilde

U, V ayrık ve açık kümeleri varsa (X, τ) topolojik uzayına T_2 uzayı (Hausdorff uzayı) denir (Koçak 2015).

Tanım 1.2.4: (X, τ) bir topolojik uzay olsun.

Kapalı her $F \subseteq X$ kümesi ve $x \notin F$ özelliğindeki her $x \in X$ noktası için

$U \cap V = \emptyset, F \subseteq V$ ve $x \in U$ olacak şekilde $U, V \in \tau$ kümeleri varsa (X, τ) uzayına T_3 uzayı denir (Koçak 2015).

Tanım 1.2.5: X bir topolojik uzay olsun. $\forall p \in X$ ve p yi ihtiva etmeyen F kapalı kümesi verilsin. $p \in U, F \subset V, U \cap V = \emptyset$ olacak şekilde

U ve V açıkları varsa X uzayına regüler uzay denir (Shaum 1965).

Tanım 1.2.6: (X, τ) topolojik uzay, F_1 ve F_2 kümeleri ayrık ve her biri bu uzayda kapalı iki küme olsun. Biri F_1 kapalı kümesini diğeri F_2 kapalı kümesini kapsayan ayrık ve açık $U, V \in \tau$ kümeleri varsa (X, τ) topolojik uzayına normal uzay denir.

Başka bir ifade ile $F_1 \cap F_2 = \emptyset$ olmak üzere F_1 ve F_2 kapalı kümeleri,

$F_1 \subseteq U$ ve $F_2 \subseteq V$ olacak şekilde U, V ayrık ve açık kümeleri varsa (X, τ) topolojik uzayına normal uzay denir (Koçak 2015).

Tanım 1.2.7: (X, τ) topolojik uzayı, normal uzay olsun. Bu uzay aynı zamanda T_1 uzayı ise (X, τ) topolojik uzayına T_4 uzayı denir (Yıldız 2005).

1.3. Önaçık (Önkapalı), Yarı-Açık (Yarı-Kapalı), α -Açık (α -Kapalı) Kümeler

Tanım 1.3.1: (X, τ) topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. $A \subset \text{int}(cl(A))$ ise A kümesine önaçık (preopen) küme denir (Mashour et al. 1982).

Bir önaçık kümenin tümleyenine önkapalı (preclosed) küme denir (Mashhour et al. 1982).

A kümesini kapsayan tüm önkapalı kümelerin kesişimine, A kümesinin önkapanış (preclosure) kümesi denir ve $\text{pcl}(A)$ ile gösterilir (Mashhour et al. 1982).

(X, τ) topolojik uzayındaki bütün önaçık kümelerin ailesini $PO(X)$, bir $x \in X$ noktasını içeren tüm önaçık kümelerin ailesini $PO(X, x)$ ile göstereceğiz (El-Deeb et al. 1983).

Tanım 1.3.2: (X, τ) topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. Eğer, $A \subset cl(int(A))$ ise, A kümesine yarı-açık (semi-open) küme denir (Levine 1963).

Bir yarı-açık kümenin tümleyenine yarı-kapalı (semi-closed) küme denir (ElDeeb et al. 1983).

A kümesini kapsayan tüm yarı-kapalı kümelerin kesişimine, A kümesinin yarı kapanış (semi closure) kümesi denir ve $scl(A)$ ile gösterilir (El-Deeb et al. 1983).

(X, τ) topolojik uzayındaki bütün yarı-açık kümelerin ailesini $SO(X)$, bir $x \in X$ noktasını içeren tüm yarı-açık kümelerin ailesini $SO(X, x)$ ile göstereceğiz (El-Deeb et al. 1983).

Tanım 1.3.3: (X, τ) topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. Eğer, $A \subset int(cl(int(A)))$ ise, A kümesine α -açık (α -open) küme denir (Njastad 1965).

Lemma 1.3.4: Her açık küme, α -açıktır (Beceren 1995; Njastad 1965). Lemma 3.3.5: Her α -açık küme, önaçık kümedir (Beceren 1995; Noiri 1984).

Uyarı 1.3.6: Önaçık bir kümenin, α -açık olması gerekmez. (Noiri 1988; Beceren 1995)

Lemma 1.3.7: (X, τ) topolojik uzayı ve bir $A \subset X$ alt kümesi verilsin. Bu durumda A kümesinin α -açık olması için gerek ve yeter şart A kümesinin yarı-açık ve önaçık olmasıdır (Beceren 1995; Noiri 1984).

Tanım 1.3.8: (X, τ) topolojik uzayı ve $A \subseteq X$ alt kümesi verilsin. $A \subseteq U$ ve $U, (X, \tau)$ topolojik uzayında bir açık küme olmak üzere $cl(A) \subseteq U$ oluyorsa, A kümesine genelleştirilmiş kapalı küme veya g -kapalı (g -closed) küme denir (Levine 1970).

1.4. İkili Topolojik Uzaylar ve İkili Topolojik Uzaylarda Bazı Kümeler

Tanım 1.4.1: X boştan farklı bir küme olsun. τ_1 ve τ_2 X üzerinde birbirinden farklı iki topoloji olmak üzere (X, τ_1, τ_2) uzayına (sıralı üçlüsüne) ikili topolojik uzay (bitopolojik uzay) denir (Kelly 1963).

Tanım 1.4.2: (X, τ_1, τ_2) ikili topolojik uzayının A alt kümesi için, A nın τ_j ye göre kapanışının τ_i ye göre içi A nın üst kümesi oluyorsa A ya ij -önaçık (ij -preopen) küme denir. Başka bir ifadeyle ij -önaçık küme;

$A \subset \tau_i - int(\tau_j - cl(A))$ olur. (Sampath Kumar 1997).

Tanım 1.4.3: (X, τ_1, τ_2) ikili topolojik uzayının A alt kümesi için, A nın τ_i ye göre içinin τ_j ye göre kapanışı A nın üst kümesi oluyorsa A ya ij -yarı-açık (ij -semiopen) küme denir. Başka bir ifadeyle

ij -yarı-açık küme; $A \subset \tau_j - cl(\tau_i - int(A))$ olur (Sampath Kumar 1997).

Tanım 1.4.4: (X, τ_1, τ_2) ikili topolojik uzayının A alt kümesi için, A nın τ_j ye göre kapanışının τ_i ye göre içinin τ_j ye göre kapanışı A nın üst kümesi oluyorsa A ya ij -yarı-önaçık (ij -semi-preopen) küme denir. Başka bir ifadeyle

ij-yarı-önaçık küme; $A \subset \tau_j - cl(\tau_i - int(\tau_j - cl(A)))$ olur (Sampath Kumar 1997).

Tanım.1.4.5: (X, τ_1, τ_2) ikili topolojik uzayının A alt kümesi için, A nın τ_i ye göre içinin τ_j ye göre kapanışının τ_i ye göre içi A nın üst kümesi oluyorsa A ya *ij*-açık (*ij*- α -open) küme denir.

Başka bir ifadeyle;

ij- α -açık küme; $A \subset \tau_i - int(\tau_j - cl(\tau_i - int(A)))$ olur (Sampath Kumar 1997).

(X, τ_1, τ_2) nin *ij*-önaçık alt kümesinin (*ij*-yarı-açık, *ij*- α -açık ve *ij*-yarı-önaçık) tümleyeni *ij*-önkapalı (*ij*-yarı-kapalı, *ij*- α -kapalı ve *ij*-yarı-önkapalı) dir (El-Tantawy and Abu-Donla 2005).

Tanım 1.4.6: (X, τ_1, τ_2) ikili topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. *ij*-SC(X) deki A yı içeren kapalıların arakesitinin oluşturduğu kümeye *ij*-yarı kapanış (*ij*-semi closure) kümesi denir.

ij-yarı kapanış kümesi kısaca *ij*-scl(A) ile gösterilir. Başka bir ifadeyle $ij - scl(A) = \bigcap \{F \subset X: F \in ij - SC(X), A \subseteq F\}$ olarak tanımlanır (Sampath Kumar 1997).

Tanım .1.4.7: (X, τ_1, τ_2) ikili topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. *ij*- α C(X) deki A yı içeren kapalıların arakesitinin oluşturduğu kümeye *ij*- α kapanış (*ij*- α closure) kümesi denir. *ij*- α kapanış kümesi kısaca *ij*- α cl(A) ile gösterilir. Başka bir ifadeyle

$ij - \alpha cl(A) = \bigcap \{F \subset X: F \in ij - \alpha C(X), A \subseteq F\}$ olarak tanımlanır (Sampath Kumar 1997).

Tanım 1.4.8: (X, τ_1, τ_2) ikili topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. *ij*-SPC(X) deki A yı içeren kapalıların arakesitinin oluşturduğu kümeye *ij*-yarı önkapanış (*ij*-semi preclosure) kümesi denir. *ij*-yarı önkapanış kümesi kısaca *ij*-spcl(A) ile gösterilir. Başka bir ifadeyle

$ij - spcl(A) = \bigcap \{F \subset X: F \in ij - spc(X), A \subseteq F\}$ olarak tanımlanır (Sampath Kumar 1997).

Tanım 1.4.9: (X, τ_1, τ_2) ikili topolojik uzay ve $A \subset X$ olsun. *ij*-PC(X) deki A yı içeren kapalıların arakesitinin oluşturduğu kümeye *ij*-önkapanış (*ij*-preclosure) kümesi denir. *ij*-önkapanış kümesi kısaca *ij*-pcl(A) ile gösterilir. Başka bir ifadeyle

$ij - pcl(A) = \bigcap \{F \subset X: F \in ij - PC(X), A \subseteq F\}$ dir (Sampath Kumar 1997).

Tüm *ij*-yarı kapanış, *ij*- α kapanış, *ij*-yarı önkapanış *ij*-önkapanış (*ij*-semi closure, *ij*- α closure, *ij*-semi preclosure, *ij*-preclosure) kümelerinin sınıfı *ij*-SCL(X), *ij*- α CL(X), *ij*-SPCL(X), *ij*-PCL(X) ile gösterilir (El-Tantawy and Abu-Donla 2005).

Tanım 1.4.10: $A, (X, \tau_1, \tau_2)$ ikili topolojik uzayının alt kümesi olsun. U, A yı kapsayan τ_i nin bir açığı olmak üzere A nın j ye göre kapanışı U açığının alt

kümesi ise bu kümeye *ij-g-kapalı* (*ij-g-closed*) küme denir. *ij-g-kapalı* kümeler ailesi kısaca *ij-GC(X)* ile gösterilir. Başka bir ifadeyle eğer

$A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow j-cl(A) \subset U$ ise *ij-g-kapalı* kümesidir (El-Tantawy and Abu-Donla 2005).

Tanım 1.4.11: $A, (X, \tau_1, \tau_2)$ ikili topolojik uzayının alt kümesi olsun. U, A yı kapsayan τ_i nin bir açığı olmak üzere A nın *ji-yarı kapanışı* U açığının alt kümesi ise bu kümeye *ij-gs-kapalı* (*ij-gs-closed*) küme denir. *ij-gs-kapalı* kümeler ailesi kısaca *ij-GSC(X)* ile gösterilir. Başka bir ifadeyle

ij-gs-kapalı olması için $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji-scl(A) \subset U$ olmalıdır (El-Tantawy and Abu-Donla 2005).

Tanım 1.4.12: $A, (X, \tau_1, \tau_2)$ ikili topolojik uzayının alt kümesi olsun. U, A yı kapsayan *ij-SO(X)* nin bir açığı olmak üzere A nın *ji-yarı kapanışı* U açığının alt kümesi ise bu kümeye *ij-sg-kapalı* (*ij-sg-closed*) küme denir.

ij-sg-kapalı kümeler ailesi kısaca *ij-SGC(X)* ile gösterilir. Başka bir ifadeyle *ij-sg-kapalı* olması için

$A \subset U, U \in ij-SO(X) \Rightarrow ji-scl(A) \subset U$ olmalıdır (El-Tantawy and Abu-Donla 2005).

Tanım 1.4.13: $A, (X, \tau_1, \tau_2)$ ikili topolojik uzayının alt kümesi olsun. U, A yı kapsayan τ_i nin bir açığı olmak üzere A nın *ji- α kapanışı* U açığının alt kümesi ise bu kümeye *ij-ag-kapalı* (*ij-ag-closed*) küme denir. *ij-ag-kapalı* kümeler ailesi kısaca *ij- α GC(X)* ile gösterilir.

Başka bir ifadeyle

ij-ag-kapalı olması için $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji-\alpha cl(A) \subset U$ olmalıdır (El-Tantawy and Abu-Donla 2005)

Tanım 1.4.14: $A, (X, \tau_1, \tau_2)$ ikili topolojik uzayının alt kümesi olsun. U, A yı kapsayan *ij- α O(X)* nin bir açığı olmak üzere A nın *ji- α kapanışı* U açığının alt kümesi ise bu kümeye *ij-g α -kapalı* (*ij-g α -closed*) küme denir. *ij-g α -kapalı* kümeler ailesi kısaca *ij-G α C(X)* ile gösterilir. Başka bir ifadeyle

ij-g α -kapalı olması için $A \subset U, U \in ij-\alpha O(X) \Rightarrow ji-\alpha cl(A) \subset U$ olmalıdır (El-Tantawy and Abu-Donla 2005)

Tanım 1.4.15: $A, (X, \tau_1, \tau_2)$ ikili topolojik uzayının alt kümesi olsun. U, A yı kapsayan τ_i nin bir açığı olmak üzere A nın *ji-yarı önkapanışı* U açığının alt kümesi ise bu kümeye *ij-gsp-kapalı* (*ij-gsp-closed*) küme denir.

ij-gsp-kapalı kümeler ailesi kısaca *ij-GSPC(X)* ile gösterilir. Başka bir ifadeyle

ij-gsp-kapalı olması için $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji-spcl(A) \subset U$ olmalıdır (El-Tantawy and Abu-Donla 2005)

Tanım 1.4.16: $A, (X, \tau_1, \tau_2)$ ikili topolojik uzayının alt kümesi olsun. U, A yı kapsayan *ji-SPO(X)* nin bir açığı olmak üzere A nın *ji-yarı önkapanışı* U açığının alt kümesi ise bu kümeye *ij-spg-kapalı* (*ij-spg-closed*) küme denir.

ij -spg-kapalı kümeler ailesi kısaca ij -SPGC(X) ile gösterilir. Başka bir ifadeyle ij -spg-kapalı olması için $A \subset U, U \in \tau_i - SPO(X) \Rightarrow \tau_i - spcl(A) \subset U$ olmalıdır (El-Tantawy and Abu-Donla 2005)

Tanım 1.4.17: $A, (X, \tau_1, \tau_2)$ ikili topolojik uzayının alt kümesi olsun. U, A yı kapsayan τ_i nin bir açığı olmak üzere A nın τ_i -önkapanışı U açığının alt kümesi ise bu kümeye ij -gp-kapalı (ij -gp-closed) küme denir. ij -gp-kapalı kümeler ailesi kısaca ij -GPC(X) ile gösterilir. Başka bir ifadeyle

ij -gp-kapalı olması için

$A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow \tau_i - pcl(A) \subset U$ olmalıdır (El-Tantawy and Abu-Donla 2005)

2. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA

1.4.10-17 tanımlarında yer alan ij -g-kapalı kümeler, ij -gs-kapalı kümeler, ij -sgkapalı kümeler

ij -ag-kapalı kümeler, ij -g α -kapalı kümeler, ij -gsp-kapalı kümeler, ij -spg-kapalı kümeler,

ij -gp-kapalı kümelerinin tümleyenleri alınarak ij -g-açık kümeler, ij -gs-açık kümeler,

ij -sg-açık kümeler, ij -ag-açık kümeler, ij -g α -açık kümeler, ij -gspaçık kümeler, ij -spg-açık kümeler,

ij -gp-açık kümeleri elde edildi.

2.1. ij -GO Kümeler ile Ayırma Aksiyomları

Tanım 2.1.1: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. ij -g-kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow \tau_i - cl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi ij -GC(X) ve tümleyeni ij -GO(X) olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için ($x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A$ ($y \notin A$) veya $y \in A$ ($x \notin A$) olacak şekilde $A \in ij$ -GO(X) varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij -GO T0** uzayı denir.

Tanım 2.1.2: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. ij -g-kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow \tau_i - cl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi ij -GC(X) ve tümleyeni ij -GO(X) olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için ($x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A$ ($y \notin A$) ve $y \in B$ ($x \notin B$) olacak şekilde $A, B \in ij$ -GO(X) varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij -GO T1** uzayı denir.

Tanım 2.1.3: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. ij -g-kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow \tau_i - cl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi ij -GC(X) ve tümleyeni ij -GO(X) olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için ($x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A$ ve $y \in B$ olacak şekilde ayrık ($A \cap B = \emptyset$) $A, B \in ij$ -GO(X) varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij -GO T2** uzayı denir.

Tanım 2.1.4: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. ij -g-kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow \tau_i - cl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi ij -GC(X) ve tümleyeni ij -GO(X) olmak

üzere $\forall p \in X$ ve p yi ihtiva etmeyen F , ij -GC(X) kapalı kümesi verilsin. $p \in A$, $F \subset B$, $A \cap B = \emptyset$ olacak şekilde A ve B ij -GO(X) açıkları varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij -GO** regüler uzay denir.

Tanım 2.1.5: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. ij -g-kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow j - cl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi ij -GC(X) ve tümleyeni ij -GO(X) olmak üzere F_1, F_2 kümeleri ij -GC(X) de ayrık kapalı alt kümeler olsun ($F_1 \cap F_2 = \emptyset$ ve $F_1, F_2 \in ij$ -GC(X)). $F_1 \subset A, F_2 \subset B, A \cap B = \emptyset$ olacak şekilde $A, B \in ij$ -GO(X) açıkları varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij -GO normal uzayı** denir.

2.2. ij -GSO Kümeler ile Ayırma Aksiyomları

Tanım 2.2.1: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. ij -gs-kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji - scl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi ij -GSC(X) ve tümleyeni ij -GSO(X) olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için ($x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A$ ($y \notin A$) veya $y \in A$ ($x \notin A$) olacak şekilde $A \in ij$ -GSO(X) varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij -GSO T0** uzayı denir.

Tanım 2.2.2: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. ij -gs-kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji - scl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi ij -GSC(X) ve tümleyeni ij -GSO(X) olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için ($x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A$ ($y \notin A$) ve $y \in B$ ($x \notin B$) olacak şekilde $A, B \in ij$ -GSO(X) varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij -GSO T1** uzayı denir.

Tanım 2.2.3: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. ij -gs-kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji - scl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi ij -GSC(X) ve tümleyeni ij -GSO(X) olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için ($x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A$ ve $y \in B$ olacak şekilde ayrık ($A \cap B = \emptyset$) $A, B \in ij$ -GSO(X) varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij -GSO T2** uzayı denir.

Tanım 2.2.4: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. ij -gs-kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji - scl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi ij -GSC(X) ve tümleyeni ij -GSO(X) olmak üzere $\forall p \in X$ ve p yi ihtiva etmeyen F , ij -GSC(X) kapalı kümesi verilsin. $p \in A, F \subset B, A \cap B = \emptyset$ olacak şekilde A ve B ij -GSO(X) açıkları varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij -GSO** regüler uzay denir.

Tanım 2.2.5: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. ij -gs-kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji - scl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi ij -GSC(X) ve tümleyeni ij -GSO(X) olmak üzere F_1, F_2 kümeleri ij -GSC(X) de ayrık kapalı alt kümeler olsun ($F_1 \cap F_2 = \emptyset$ ve $F_1, F_2 \in ij$ -GSC(X)). $F_1 \subset A, F_2 \subset B, A \cap B = \emptyset$ olacak şekilde $A, B \in ij$ -GSO(X) açıkları varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij -GSO normal uzayı** denir

2.3. ij -SGO Kümeler ile Ayırma Aksiyomları

Tanım 2.3.1: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. ij -sg-kapalı; $A \subset U, U \in ij - SO(X) \Rightarrow ji - scl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi ij -SGC(X) ve tümleyeni ij -SGO(X) olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için ($x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A$ ($y \notin A$) veya $y \in A$ ($x \notin A$) olacak şekilde $A \in ij$ -SGO(X) varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij -SGO T0** uzayı denir.

Tanım 2.3.2: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. ij -sg-kapalı; $A \subset U, U \in ij - SO(X) \Rightarrow ji - scl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi ij -SGC(X) ve tümleyeni ij -SGO(X) olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için ($x \neq y$ olmak

üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A$ ($y \notin A$) ve $y \in B$ ($x \notin B$) olacak şekilde $A, B \in ij$ -SGO(X) varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij**-SGO T1 uzayı denir.

Tanım 2.3.3: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. *ij*-sg-kapalı; $A \subset U, U \in ij$ -SO(X) $\Rightarrow ji$ -scl(A) $\subset U$ olup bu kümelerin ailesi *ij*-SGC(X) ve tümleyeni *ij*-SGO(X) olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için ($x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A$ ve $y \in B$ olacak şekilde ayrık ($A \cap B = \emptyset$) $A, B \in ij$ -SGO(X) varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij**-SGO T2 uzayı denir.

Tanım 2.3.4: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. *ij*-sg-kapalı; $A \subset U, U \in ij$ -SO(X) $\Rightarrow ji$ -scl(A) $\subset U$ olup bu kümelerin ailesi *ij*-SGC(X) ve tümleyeni *ij*-SGO(X) olmak üzere $\forall p \in X$ ve p yi ihtiva etmeyen F, ij -SGC(X) kapalı kümesi verilsin. $p \in A, F \subset B, A \cap B = \emptyset$ olacak şekilde A ve B *ij*-SGO(X) açıkları varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij**-SGO regüler uzay denir.

Tanım 2.3.5: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. *ij*-sg-kapalı; $A \subset U, U \in ij$ -SO(X) $\Rightarrow ji$ -scl(A) $\subset U$ olup bu kümelerin ailesi *ij*-SGC(X) ve tümleyeni *ij*-SGO(X) olmak üzere $F1, F2$ kümeleri *ij*-SGO(X) da ayrık kapalı alt kümeler olsun ($F1 \cap F2 = \emptyset$ ve $F1, F2 \in ij$ -GSC). $F1 \subset A, F2 \subset B, A \cap B = \emptyset$ olacak şekilde $A, B \in ij$ -SGO(X) açıkları varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij**-SGO normal uzayı denir.

2.4. **ij**- α GO Kümeler ile Ayırma Aksiyomları

Tanım 2.4.1: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. *ij*- α g-kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji$ - α cl(A) $\subset U$ olup bu kümelerin ailesi *ij*- α GC(X) ve tümleyeni *ij*- α GO(X) olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için ($x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A$ ($y \notin A$) veya $y \in A$ ($x \notin A$) olacak şekilde $A \in ij$ - α GO(X) varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij**- α GO T0 uzayı denir.

Tanım 2.4.2: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. *ij*- α g-kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji$ - α cl(A) $\subset U$ olup bu kümelerin ailesi *ij*- α GC(X) ve tümleyeni *ij*- α GO(X) olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için ($x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A$ ($y \notin A$) ve $y \in B$ ($x \notin B$) olacak şekilde $A, B \in ij$ - α GO(X) varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij**- α GO T1 uzayı denir.

Tanım 2.4.3: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. *ij*- α g-kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji$ - α cl(A) $\subset U$ olup bu kümelerin ailesi *ij*- α GC(X) ve tümleyeni *ij*- α GO(X) olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için ($x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A$ ve $y \in B$ olacak şekilde ayrık ($A \cap B = \emptyset$) $A, B \in ij$ - α GO(X) varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij**- α GO T2 uzayı denir.

Tanım 2.4.4: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. *ij*- α g-kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji$ - α cl(A) $\subset U$ olup bu kümelerin ailesi *ij*- α GC(X) ve tümleyeni *ij*- α GO(X) olmak üzere $\forall p \in X$ ve p yi ihtiva etmeyen F, ij - α GC(X) kapalı kümesi verilsin. $p \in A, F \subset B, A \cap B = \emptyset$ olacak şekilde A ve B *ij*- α GO(X) açıkları varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij**- α GO regüler uzay denir.

Tanım 2.4.5: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. *ij*- α g-kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji$ - α cl(A) $\subset U$ olup bu kümelerin ailesi *ij*- α GC(X) ve tümleyeni *ij*- α GO(X) olmak üzere $F1, F2$ kümeleri *ij*- α GO(X) da ayrık kapalı alt kümeler olsun ($F1 \cap$

$F2 = \emptyset$ ve $F1, F2 \in ij-\alpha GC(X)$. $F1 \subset A, F2 \subset B, A \cap B = \emptyset$ olacak şekilde $A, B \in ij-\alpha GO(X)$ açıkları varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **$ij-\alpha GO$** normal uzayı denir.

2.5. $ij-G\alpha O$ Kümeler ile Ayırma Aksiyomları

Tanım 2.5.1: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. $ij-g\alpha$ -kapalı; $A \subset U, U \in ij-\alpha O(X) \Rightarrow ji - \alpha cl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi $ij-G\alpha C(X)$ ve tümleyeni $ij-G\alpha O(X)$ olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için $(x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A (y \notin A)$ veya $y \in A (x \notin A)$ olacak şekilde $A \in ij-G\alpha O(X)$ varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **$ij-G\alpha O$** T_0 uzayı denir.

Tanım 2.5.2: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. $ij-g\alpha$ -kapalı; $A \subset U, U \in ij-\alpha O(X) \Rightarrow ji - \alpha cl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi $ij-G\alpha C(X)$ ve tümleyeni $ij-G\alpha O(X)$ olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için $(x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A (y \notin A)$ ve $y \in B (x \notin B)$ olacak şekilde $A, B \in ij-G\alpha O(X)$ varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **$ij-G\alpha O$** T_1 uzayı denir.

Tanım 2.5.3: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. $ij-g\alpha$ -kapalı; $A \subset U, U \in ij-\alpha O(X) \Rightarrow ji - \alpha cl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi $ij-G\alpha C(X)$ ve tümleyeni $ij-G\alpha O(X)$ olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için $(x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A$ ve $y \in B$ olacak şekilde ayrık ($A \cap B = \emptyset$) $A, B \in ij-G\alpha O(X)$ varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **$ij-G\alpha O$** T_2 uzayı denir.

Tanım 2.5.4: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. $ij-g\alpha$ -kapalı; $A \subset U, U \in ij-\alpha O(X) \Rightarrow ji - \alpha cl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi $ij-G\alpha C(X)$ ve tümleyeni $ij-G\alpha O(X)$ olmak üzere $\forall p \in X$ ve p yi ihtiva etmeyen $F, ij-G\alpha C(X)$ kapalı kümesi verilsin. $p \in A, F \subset B, A \cap B = \emptyset$ olacak şekilde A ve $B \in ij-G\alpha O(X)$ açıkları varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **$ij-G\alpha O$** regüler uzayı denir.

Tanım 4.5.5: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. $ij-g\alpha$ -kapalı; $A \subset U, U \in ij-\alpha O(X) \Rightarrow ji - \alpha cl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi $ij-G\alpha C(X)$ ve tümleyeni $ij-G\alpha O(X)$ olmak üzere $F1, F2$ kümeleri $ij-G\alpha C(X)$ de ayrık kapalı altkümeler olsun ($F1 \cap F2 = \emptyset$ ve $F1, F2 \in ij-G\alpha C(X)$). $F1 \subset A, F2 \subset B, A \cap B = \emptyset$ olacak şekilde $A, B \in ij-G\alpha O(X)$ açıkları varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **$ij-G\alpha O$** normal uzayı denir.

2.6. $ij-GSPO$ Kümeler ile Ayırma Aksiyomları

Tanım 2.6.1: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. $ij-gsp$ -kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji - spcl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi $ij-GSPC(X)$ ve tümleyeni $ij-GSPO(X)$ olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için $(x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A (y \notin A)$ veya $y \in A (x \notin A)$ olacak şekilde $A \in ij-GSPO(X)$ varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **$ij-GSPO$** T_0 uzayı denir.

Tanım 2.6.2: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. $ij-gsp$ -kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji - spcl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi $ij-GSPC(X)$ ve tümleyeni $ij-GSPO(X)$ olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için $(x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A (y \notin A)$ ve $y \in B (x \notin B)$ olacak şekilde $A, B \in ij-GSPO(X)$ varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **$ij-GSPO$** T_1 uzayı denir.

Tanım 2.6.3: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. $ij-gsp$ -kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji - spcl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi $ij-GSPC(X)$ ve tümleyeni $ij-GSPO(X)$ olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için $(x \neq y$

olmak üzere $\forall x, y \in X$ için $x \in A$ ve $y \in B$ olacak şekilde ayrık ($A \cap B = \emptyset$) $A, B \in ij$ -GSPO(X) varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij**-GSPO T2 uzayı denir.

Tanım 2.6.4: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. ij -gsp-kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji - spcl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi ij -GSPC(X) ve tümleyeni ij -GSPO(X) olmak üzere $\forall p \in X$ ve p yi ihtiva etmeyen F, ij -GSPC(X) kapalı kümesi verilsin. $p \in A, F \subset B, A \cap B = \emptyset$ olacak şekilde A ve $B \in ij$ -GSPO(X) açıkları varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij**-GSPO regüler uzay denir.

Tanım 2.6.5: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. ij -gsp-kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji - spcl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi ij -GSPC(X) ve tümleyeni ij -GSPO(X) olmak üzere $F1, F2$ kümeleri ij -GSPC(X) de ayrık kapalı altkümeler olsun ($F1 \cap F2 = \emptyset$ ve $F1, F2 \in ij$ -GSPC(X)). $F1 \subset A, F2 \subset B, A \cap B = \emptyset$ olacak şekilde $A, B \in ij$ -GSPO(X) açıkları varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij**-GSPO normal uzayı denir.

2.7. **ij**-SPGO Kümeler ile Ayrırma Aksiyomları

Tanım 2.7.1: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. ij -spg-kapalı; $A \subset U, U \in ji - SPO(X) \Rightarrow ji - spcl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi ij -SPGC(X) ve tümleyeni ij -SPGO(X) olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için ($x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A$ ($y \notin A$) veya $y \in A$ ($x \notin A$) olacak şekilde $A \in ij$ -SPGO(X) varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij**-SPGO T0 uzayı denir.

Tanım 2.7.2: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. ij -spg-kapalı; $A \subset U, U \in ji - SPO(X) \Rightarrow ji - spcl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi ij -SPGC(X) ve tümleyeni ij -SPGO(X) olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için ($x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A$ ($y \notin A$) ve $y \in B$ ($x \notin B$) olacak şekilde $A, B \in ij$ -SPGO(X) varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij**-SPGO T1 uzayı denir.

Tanım 2.7.3: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. ij -spg-kapalı; $A \subset U, U \in ji - SPO(X) \Rightarrow ji - spcl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi ij -SPGC(X) ve tümleyeni ij -SPGO(X) olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için ($x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A$ ve $y \in B$ olacak şekilde ayrık ($A \cap B = \emptyset$) $A, B \in ij$ -SPGO(X) varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij**-SPGO T2 uzayı denir.

Tanım 2.7.4: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. ij -spg-kapalı; $A \subset U, U \in ji - SPO(X) \Rightarrow ji - spcl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi ij -SPGC(X) ve tümleyeni ij -SPGO(X) olmak üzere $\forall p \in X$ ve p yi ihtiva etmeyen F, ij -SPGC(X) kapalı kümesi verilsin. $p \in A, F \subset B, A \cap B = \emptyset$ olacak şekilde A ve $B \in ij$ -SPGO(X) açıkları varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij**-SPGO regüler uzay denir.

Tanım 2.7.5: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. ij -spg-kapalı; $A \subset U, U \in ji - SPO(X) \Rightarrow ji - spcl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi ij -SPGC(X) ve tümleyeni ij -SPGO(X) olmak üzere $F1, F2$ kümeleri ij -SPGC(X) de ayrık kapalı altkümeler olsun ($F1 \cap F2 = \emptyset$ ve $F1, F2 \in ij$ -SPGC(X)). $F1 \subset A, F2 \subset B, A \cap B = \emptyset$ olacak şekilde $A, B \in ij$ -SPGO(X) açıkları varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij**-SPGO normal uzayı denir.

2.8. **ij**-GPO Kümeler ile Ayrırma Aksiyomları

Tanım 2.8.1: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. ij -gp-kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji - pcl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi ij -GPC(X) ve tümleyeni ij -GPO(X)

olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için ($x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A$ ($y \notin A$) veya $y \in A$ ($x \notin A$) olacak şekilde

$A \in ij\text{-GPO}(X)$ varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij-GPO T0** uzayı denir.

Tanım 2.8.2: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. $ij\text{-gp}$ -kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji - pcl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi $ij\text{-GPC}(X)$ ve tümleyeni $ij\text{-GPO}(X)$ olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için ($x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A$ ($y \notin A$) ve $y \in B$ ($x \notin B$) olacak şekilde $A, B \in ij\text{-GPO}(X)$ varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij-GPO T1** uzayı denir.

Tanım 2.8.3: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. $ij\text{-gp}$ -kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji - pcl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi $ij\text{-GPC}(X)$ ve tümleyeni $ij\text{-GPO}(X)$ olmak üzere X in birbirinden farklı her x, y nokta çifti için ($x \neq y$ olmak üzere $\forall x, y \in X$ için) $x \in A$ ve $y \in B$ olacak şekilde ayrık ($A \cap B = \emptyset$) $A, B \in ij\text{-GPO}(X)$ varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij-GPO T2** uzayı denir.

Tanım 2.8.4: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. $ij\text{-gp}$ -kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji - pcl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi $ij\text{-GPC}(X)$ ve tümleyeni $ij\text{-GPO}(X)$ olmak üzere $\forall p \in X$ ve p yi ihtiva etmeyen $F, ij\text{-GPC}(X)$ kapalı kümesi verilsin. $p \in A, F \subset B, A \cap B = \emptyset$ olacak şekilde A ve B $ij\text{-GPO}(X)$ açıkları varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij-GPO regüler** uzay denir.

Tanım 2.8.5: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. $ij\text{-gp}$ -kapalı; $A \subset U, U \in \tau_i \Rightarrow ji - pcl(A) \subset U$ olup bu kümelerin ailesi $ij\text{-GPC}(X)$ ve tümleyeni $ij\text{-GPO}(X)$ olmak üzere $F1, F2$ kümeleri $ij\text{-GPC}(X)$ de ayrık kapalı altkümeler olsun ($F1 \cap F2 = \emptyset$ ve $F1, F2 \in ij\text{-GPC}(X)$). $F1 \subset A, F2 \subset B, A \cap B = \emptyset$ olacak şekilde $A, B \in ij\text{-GPO}(X)$ açıkları varsa (X, τ_i, τ_j) uzayına **ij-GPO normal** uzayı denir.

Örnek 2.8.5: $X = \{a, b, c, d\}$ kümesi verilsin. $\tau_1 = \{X, \emptyset, \{a\}, \{a, d\}\}$ ve $\tau_2 = \{X, \emptyset, \{a, b\}, \{c, d\}\}$ olmak üzere (X, τ_1, τ_2) ikili topolojik uzay olsun. Yukarıdaki tanımlarda verilen ayırma aksiyomlarını inceleyelim.

Çözüm: Yukarıda verilen aksiyomlar örnek içinde uygulandığında:

$ij\text{-GO T0}$ uzayıdır, $ij\text{-GO T1}$ uzayıdır, $ij\text{-GO T2}$ uzayıdır, $ij\text{-GO}$ regüler uzay değildir,

$ij\text{-GO}$ normal uzay değildir. $ij\text{-GSO T0}$ uzayıdır, $ij\text{-GSO T1}$ uzayıdır, $ij\text{-GSO T2}$ uzayıdır,

$ij\text{-GSO}$ regüler uzaydır, $ij\text{-GSO}$ normal uzayıdır. $ij\text{-SGO T0}$ uzayıdır, $ij\text{-SGO T1}$ uzayıdır,

$ij\text{-SGO T2}$ uzayıdır, $ij\text{-SGO}$ regüler uzaydır, $ij\text{-SGO}$ normal uzayıdır.

$ij\text{-aGO T0}$ uzayıdır, $ij\text{-aGO T1}$ uzayıdır, $ij\text{-aGO T2}$ uzayıdır, $ij\text{-aGO}$ regüler uzay değildir, $ij\text{-aGO}$ normal uzayıdır. $ij\text{-aGO T0}$ uzayıdır, $ij\text{-aGO T1}$ uzayıdır, $ij\text{-aGO T2}$ uzayıdır, $ij\text{-aGO}$ normal uzayıdır.

$ij\text{-aGO}$ regüler uzay değildir, $ij\text{-aGO}$ normal uzayıdır. $ij\text{-GSPO T0}$ uzayıdır, $ij\text{-GSPO T1}$ uzayıdır, $ij\text{-GSPO T2}$ uzayıdır, $ij\text{-GSPO}$ regüler uzayıdır, $ij\text{-GSPO}$ normal uzayıdır.

ij -SPGO T0 uzayıdır, ij -SPGO T1 uzayıdır, ij -SPGO T2 uzayıdır, ij -SPGO• regüler uzayıdır, ij -SPGO normal uzayıdır. ij -GPO T0 uzayıdır, ij -GPO T1 uzayıdır, ij -GPO T2 uzayıdır, ij -GPO regüler• uzay değildir, ij -GPO normal uzayıdır.

olduğu görülmüştür.

Teorem.2.5.6: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. Her ij -GO T2 (ij -GSO T2, ij -SGO T2, ij - α GO T2, ij -G α O T2, ij -GSPO T2, ij -SPGO T2, ij -GPO T2) uzay ij -GO T1 (ij -GSO T1, ij -SGO T1, ij - α GO T1, ij -G α O T1, ij -GSPO T1, ij -SPGO T1, ij -GPO T1) uzayıdır.

İspat: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzayı ij -GO T2 (ij -GSO T2, ij -SGO T2, ij - α GO T2, ij -G α O T2, ij -GSPO T2, ij -SPGO T2, ij -GPO T2) olduğundan Tanım 2.1.3 (sırasıyla Tanım 2.2.3, Tanım 2.3.3, Tanım 2.4.3, Tanım 2.5.3, Tanım 2.6.3, Tanım 2.7.3, Tanım 2.8.3,) tanımında yer alan şartları sağlayan U ve V açıkları mevcuttur. Dolayısıyla Tanım 2.1.2 tanımında verilen açıklar elde edilmiş olur. Böylece (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzayı ij -GO T1 (ij -GSO T1, ij -SGO T1, ij - α GO T1, ij -G α O T1, ij -GSPO T1, ij -SPGO T1, ij -GPO T1) şartını sağlar.

Teorem 2.6.7: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. Her ij -GO T2 (ij -GSO T2, ij -SGO T2, ij - α GO T2, ij -G α O T2, ij -GSPO T2, ij -SPGO T2, ij -GPO T2) uzay ij -GO T1 (ij -GSO T1, ij -SGO T1, ij - α GO T1, ij -G α O T1, ij -GSPO T1, ij -SPGO T1, ij -GPO T1) uzayıdır.

İspat: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzayı ij -GO T2 (ij -GSO T2, ij -SGO T2, ij - α GO T2, ij -G α O T2, ij -GSPO T2, ij -SPGO T2, ij -GPO T2) olduğundan Tanım 2.1.3 (sırasıyla Tanım 2.2.3, Tanım 2.3.3, Tanım 2.4.3, Tanım 2.5.3, Tanım 2.6.3,) tanımında yer alan şartları sağlayan U ve V açıkları mevcuttur. Dolayısıyla Tanım 2.1.2 tanımında verilen açıklar elde edilmiş olur. Böylece (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzayı ij -GO T1 (ij -GSO T1, ij -SGO T1, ij - α GO T1, ij -G α O T1, ij -GSPO T1, ij -SPGO T1, ij -GPO T1) şartını sağlar.

Teorem 2.6.8: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. Her ij -GO T1 (ij -GSO T1, ij -SGO T1, ij - α GO T1, ij -G α O T1, ij -GSPO T1, ij -SPGO T1, ij -GPO T1) uzayı ij -GO T0 (ij -GSO T0, ij -SGO T0, ij - α GO T0, ij -G α O T0, ij -GSPO T0, ij -SPGO T0, ij -GPO T0) uzayıdır.

İspat: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzayı ij -GO T1 (ij -GSO T1, ij -SGO T1, ij - α GO T1, ij -G α O T1, ij -GSPO T1, ij -SPGO T1, ij -GPO T1) olduğundan Tanım 2.1.2 (sırasıyla Tanım 2.2.2, Tanım 2.3.2, Tanım 2.4.2, Tanım 2.5.2, Tanım 2.6.2,) tanımı gereğince $x, y \in X$ olmak üzere her $x \neq y$ nokta çifti için bu uzay aynı zamanda ij -GO T0 (ij -GSO T0, ij -SGO T0, ij - α GO T0, ij -G α O T0, ij -GSPO T0, ij -SPGO T0, ij -GPO T0) uzayıdır.

Teorem 2.6.9: (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik uzay olsun. Her ij -GO T2 (ij -GSO T2, ij -SGO T2, ij - α GO T2, ij -G α O T2, ij -GSPO T2, ij -SPGO T2, ij -GPO T2) uzayın alt uzayı da ij -GO T2 (ij -GSO T2, ij -SGO T2, ij - α GO T2, ij -G α O T2, ij -GSPO T2, ij -SPGO T2, ij -GPO T2) uzayıdır.

İspat: $Y \subseteq X$ olmak üzere alt uzay topolojisi tanımı gereğince $(\tau_i)Y = \{A \cap Y : A \in \tau_i\}$ ve $(\tau_j)Y = \{B \cap Y : B \in \tau_j\}$ olduğu açıktır. (X, τ_i, τ_j) ikili topolojik

uzayı bir ij -GO T2 (ij -GSO T2, ij -SGO T2, ij - α GO T2, ij -G α O T2, ij -GSPO T2, ij -SPGO T2, ij -GPO T2) uzayı ve $(Y, (\tau_i)Y, (\tau_j)Y)$ bulunan bir ikili topolojik alt uzayı olsun. $x \neq y$ ve $x, y \in Y$ olsun. Bu durumda $x, y \in X$ dir.

(X, τ_i, τ_j) bir ij -GO T2 (ij -GSO T2, ij -SGO T2, ij - α GO T2, ij -G α O T2, ij -GSPO T2, ij -SPGO T2, ij -GPO T2) uzayı $x \in U, y \in V$ ve $U \cap V = \emptyset$ olacak şekilde

$U, V \in ij$ -GO(X) (ij -GSO(X), ij -SGO(X), ij - α GO(X), ij -G α O(X), ij -GSPO(X), ij -SPGO(X), ij -GPO(X)) kümeleri vardır. Buradan $(Y, (\tau_i)Y, (\tau_j)Y)$ uzayında $x \in U \cap Y, y \in V \cap Y$ ve $(Y \cap U) \cap (Y \cap V) = \emptyset$ olacak şekilde $Y \cap U, Y \cap V \in ij$ -GO(X) (ij -GSO(X), ij -SGO(X), ij - α GO(X), ij -G α O(X), ij -GSPO(X), ij -SPGO(X), ij -GPO(X)) kümeleri vardır. Böylece $(Y, (\tau_1)Y, (\tau_2)Y)$ ikili topolojik uzayının ij -GO T2 (ij -GSO T2, ij -SGO T2, ij - α GO T2, ij -G α O T2, ij -GSPO T2, ij -SPGO T2, ij -GPO T2) olduğu görülür.

SONUÇ

Bu çalışmada ilk olarak literatürde var olan pre-açık küme, semi-açık küme, semi-pre açık küme, α -açık küme, semi kapanış kümesi, α -kapanış kümesi, semi pre-kapanış kümesi, pre-kapanış kümesi, ij -g-kapalı küme, ij -gs-kapalı küme, ij -sg-kapalı küme, ij - α g-kapalı küme, ij -g α -kapalı küme, ij -gsp-kapalı küme, ij -spg-kapalı küme, ij -gpkapalı küme kullanılarak ij -g-açık küme, ij -gs-açık küme, ij -sg-açık küme, ij - α g-açık küme, ij -g α -açık küme, ij -gsp-açık küme, ij -spg-açık küme, ij -gp-açık küme tanımlanmıştır. İkinci olarak yukarıda bahsedilen açık kümeler kullanılarak ij -GO, ij -GSO, ij -SGO, ij - α GO, ij -G α O, ij -GSPO, ij -SPGO, ij -GPO kümeler elde edildi. Üçüncü olarak bu elde edilen kümeler ile $n=0,1,2$ için ij -GO T n , ij -GSO T n , ij -SGO T n , ij - α GO T n , ij -G α O T n , ij -GSPO T n , ij -SPGO T n , ij -GPO T n ayırma aksiyomları ve ij -GO normallik, ij -GSO normallik, ij -SGO normallik, ij - α GO normallik, ij -G α O normallik, ij -GSPO normallik, ij -SPGO normallik, ij -GPO normallik ve son olarak ij -GO regülerlik, ij -GSO regülerlik, ij -SGO regülerlik, ij - α GO regülerlik, ij -G α O regülerlik, ij -GSPO regülerlik, ij -SPGO regülerlik, ij -GPO regülerlik tanımları yapıldı. Dördüncü olarak her ij -GO T2 (ij -GSO T2, ij -SGO T2, ij - α GO T2, ij -G α O T2, ij -GSPO T2, ij -SPGO T2, ij -GPO T2) uzayın ij -GO T1 (ij -GSO T1, ij -SGO T1, ij - α GO T1, ij -G α O T1, ij -GSPO T1, ij -SPGO T1, ij -GPO T1) uzay olduğu gösterildi. Benzer olarak her ij -GO T1 (ij -GSO T1, ij -SGO T1, ij - α GO T1, ij -G α O T1, ij -GSPO T1, ij -SPGO T1, ij -GPO T1) uzayının da ij -GO T0 (ij -GSO T0, ij -SGO T0, ij - α GO T0, ij -G α O T0, ij -GSPO T0, ij -SPGO T0, ij -GPO T0) uzayı olduğu gösterildi. Son olarak $n=0,1,2$ için ij -GO T n , ij -GSO T n , ij -SGO T n , ij - α GO T n , ij -G α O T n , ij -GSPO T n , ij -SPGO T n , ij -GPO T n ayırma aksiyomlarının kalıtsal özellik olduğu gösterildi.

SİMGELER DİZİNİ VE KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler	Açıklama
ij -PO(X)	X in ij -önaçık (ij -preopen) kümeler ailesi
ij -SO(X)	X in ij -yarı-açık (ij -semi-open) kümeler ailesi
ij -SPO(X) ailesi	X in ij -yarı-önaçık (ij -semi-preopen) kümeler ailesi
ij - α O(X)	X in ij - α -açık (ij - α -open) kümeler ailesi
ij -PC(X)	X in ij -önkapalı (ij -preclosed) kümeler ailesi
ij -SC(X)	X in ij -yarı-kapalı (ij -semi-closed) kümeler ailesi
ij -SPC(X) ailesi	X in ij -yarı-önkapalı (ij -semi-preclosed) kümeler ailesi
ij - α C(X)	X in ij - α -kapalı (ij - α -closed) kümeler ailesi
ij -PO(X)	X in ij -önaçık (ij -preopen) kümeler ailesi
ij -scl(A)	A kümesinin ij -yarı kapanış (ij -semi closure)
ij -acl(A)	A kümesinin ij - α kapanış (ij - α closure)
ij -spcl(A)	A kümesinin ij -yarı önkapanış (ij -semi preclosure)
ij -pcl(A)	A kümesinin ij -önkapanış (ij -preclosure)
ij -SCL(X)	X in ij -yarı kapanış (ij -semi closure) kümeler ailesi
ij - α CL(X)	X in ij - α kapanış (ij - α closure) kümeler ailesi

KAYNAKLAR

- Bhattacharyya, P. ve Lahiri, B. K. 1987. Semi Generalized Closed Set in Topology. *Indian Journal of Mathematics*, 29, 376-382
- . Beceren, Y. 1995. Topolojik Uzaylarda Sürekliliğin Ayrışımı. Doktora Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Anabilim Dalı, 52, Konya.
- Caldas, M. 1997. A separation axiom between semi-T0 and semi-T1. *Pro Mathematica*, 9(21-22), 59-96.
- Caldas, M. 2001. A Separation Axiom Between pre-T0 and pre-T1. *East-West Journal of Mathematics*, 3(2), 171-177.
- Crossley, S. ve Hildebrand, S. 1971. Semi-closure. *Texas Journal of Science*, 22, 99-112.
- Crossley, S. ve Hildebrand, S. 1971. Semi-closed Sets and Semi-continuity in Topological Spaces. *Texas Journal of Science*, 22(2-3), 123-126
- Crossley, S. ve Hildebrand, S. 1972. Semi-topological Properties. *Fundamenta Mathematicae*, 74(3), 233-254.
- Dvalishvili, B. P. 2005. Bitopological Space: Theory, Relations with Generalized Algebraic Structures and Applications. *North-Holland Mathematics Studies*, 199.
- Dorsett, C. 1982. Semi-regular Spaces. *Soochow Journal of Mathematics*, 8, 45-53.
- Dorsett, C. 1985. Semi-normal Spaces. *Kyungpook Mathematical Journal*, 25(2), 173-180.
- El-Deeb, S. N., Hasanein, I. A. ve Mashaour, A. S. 1983. On p-regular Spaces. *Bulletin Mathematique de la Societe des Sciences Mathematiques de la Republique Socialiste de Roumanie Studies*, 27(75), 311-315.
- El-Tantawy, O. ve Abu-Donia H. 2005. Generalized Separation Axioms in Bitopological Spaces. *The Arabia Journal for Science and Engineering*, 30(1A), 117- 129.
- Kar, A. ve Bhattacharyya, P. 1990. Some Weak Separation Axioms. *Bulletion of the Calcutta Mathematical Society*, 82, 415-422.
- Kelly, J.C. 1963. Bitopological Spaces. *Proceedings of the London Mathematical Society*, (3)13, 71-89.
- Koçak, M. 2015. Genel Topolojiye Giriş ve Problem Çözümleri. Nisan Kitapevi Yayınları, 93, 107, 110, 199, 164, 203, 311, 316, 320, 325, 335, Eskişehir.
- Yıldız, C. 2005. Genel Topoloji. Gazi Kitabevi, 247, Ankara.

KAYNAK ÖZETLERİ

1963 yılında J. C. Kelly tarafından yapılan “Bitopological space” çalışması, İkili topolojik uzaylar (İki topolojili uzaylar) üzerine yapılan ilk ve en temel makaledir. (Kelly 1963).

1963 yılında N. Levine tarafından yapılan çalışmada topolojik uzaylarda yarıaçık (semi-open) küme kavramı ortaya atıldı (Levine 1963).

1971 yılında S. Crossley ve S. Hildebrand çalışmalarında yarı-kapalı kümeleri ve bir kümenin yarı-kapanışını gösterdiler (Crossley and Hildebrand 1971).

1972 te yarı-topolojik ayırma aksiyomları S. Crossley ve S. Hildebrand tarafından çalışıldı (Crossley and Hildebrand 1972).

1975 yılında N. Maheshwari ve R. Prasad yarı-açık küme kavramını göz önüne alarak yarı-T₀, yarı-T₁ ve yarı-T₂, yarı reguler, yarı normal olarak tanımladıkları yeni zayıf ayırma aksiyomları tanımladılar. Tanımladıkları bu aksiyomlara yarı ayırma aksiyomları ismini verdiler (Maheshwari and Prasad 1975).

1982 yılında C. Dorsett, yarı-açık ve yarı-kapalı kümeleri kullanarak yarıregülerlik kavramını açıkladı (Dorsett 1982). Yazar 1985 yılında da yarı-açık ve yarıkapalı kümeleri kullanarak yarı-normallik kavramını tanımladı (Dorsett 1985).

1982 de A. S. Mashhour ile arkadaşları tarafından önaçık kümeler kavramı öne sürüldü ve ön-süreklilik kavramı tanımlandı (Mashhour and El-Monsey and El-Deeb 1982).

1987 de P. Bhattacharyya ile B. K. Lahiri yarı açıklığı göz önüne alarak kapalı kümeleri yarı-genelleştirilmiş kapalı kümeler olarak genelleştirebildiler ve yarı-T₀ ve yarı-T₁ uzaylarının arasında yer alan yarı-T₁ 2 uzay adında yeni bir ayırma aksiyomu tanımladılar (Bhattacharyya and Lahiri 1987).

1990 da A. Kar ile P. Bhattacharyya ön-açık kümelerini göz önüne alarak ön-T₀, ön-T₁ ve ön-T₂ şeklinde gösterilen yeni başka zayıf ayırma aksiyomları tanımladılar. Bu aksiyomlara ise ön-ayırma aksiyomları ismini verdiler (Kar and Bhattacharyya 1990).

1996 da H. Maki, J. Umehara ve T. Noiri ön-T₁ 2 uzaylarını tanımlamak için önaçık kümelerini baz alarak kapalı kümeleri ön-genelleştirilmiş kapalı kümelere genelleştirdiler. Bu sayede ön-T₀ ve ön-T₁ uzayları arasında bulunan ön-D₁ adını verdikleri yeni bir ayırma aksiyomu tanımladılar ve özelliklerini incelediler (Maki and Umehara and Noiri 1996).

1997 de M. Caldas tafından yarı-D kümeleri kullanılarak özellikle yarı-T₀ ve yarı-T₁ uzaylarının arasında yer alan ve yarı-D₁ adı verilen yeni bir ayırma aksiyomu tanımlanarak özellikleri incelendi (Caldas 1997).

2001 de ise M. Caldas, bu sefer de ön-D kümeleri baz alarak özellikle ön-T₀ ve ön-T₁ uzayları arasında bulunan yeni bir ayırma aksiyomu tanımladı. Tanımladığı bu aksiyoma ön-D₁ adını verdi ve özelliklerini inceledi (Caldas 2001).

2004 yılında ilk olarak Ravi ve Lellis Thivagar ikili topolojik uzaylarda özel kümeler ele almış ve birçok sonuç elde etmiştir (Ravi and Thivagar 2006).

2005 yılında Dvalishvili ikili topolojik uzaylarda ikili T_1 , T_2 , T_3 , $T_3 1 2$ ve T_4 uzayları tanımlamaları yapmış ve bazı özelliklerini vermiştir (Dvalishvili 2005).

2005 yılında Osama El-Tantawy ve Hasan Abu-Donia tarafından yapılan çalışmada ise yine ikili topolojik uzaylarda ij -önaçık kümeler, ij -yarı-açık kümeler, ij -yarı-önaçık kümeler, ij - α -açık kümeler, ij -yarı kapanış, ij - α kapanış, ij -yarı önkapanış, ij -önkapanış kümelerine değinilmiş ve ij - g -kapalı kümeler, ij - gs -kapalı kümeler, ij - sg kapalı kümeler, ij - αg -kapalı kümeler, ij - $g\alpha$ -kapalı kümeler, ij - gsp -kapalı kümeler, ij - spg -kapalı kümeler, ij - gp -kapalı kümeler, ij - Ω -kapalı kümeler tanımlanmıştır (ElTantawy and Abu-Donia 2005).

2006 yılında Mohammad S. Sarsak tarafından yapılan çalışmada da yine ikili topolojik uzayda hemen hemen açık kümeler, hemen hemen kapalı kümeler, hemen hemen yarı açık kümeler, hemen hemen yarı kapalı kümeler, hemen hemen yarı T_0 , hemen hemen yarı T_1 , hemen hemen yarı $T_1 2$, hemen hemen yarı T_2 tanımlanmıştır (Sarsak 2006).

2011 de S. Selvanayaki ve N. Rajesh tarafından yapılan çalışmada ise hemen hemen açık kümeler, hemen hemen kapalı kümeler, hemen hemen T_0 , hemen hemen T_1 , hemen hemen $T_1 2$, hemen hemen T_2 , hemen hemen $T_1 2 *$, hemen hemen TD aksiyomları tanımlanmıştır (Selvanayaki and Rajesh 2011).

BÖLÜM 4

ANATOMİ EĞİTİMİNDE BİYOLOJİ ÖĞRETMEN ADAYLARINA ÖNERİLER

Doç. Dr. Sema ÖZKADİF¹

1. GİRİŞ

İnsan anatomisi, insan vücudunun normal şekil ve yapısını inceleyen en eski temel bir bilim dalıdır. İnsan biyolojisinin ve insan morfolojisinin alt dalından ayrılmış çok geniş bir alandır (Yıldırım, 2013). Üniversitelerin tıp fakülteleri, diş hekimliği fakülteleri, sağlık bilimleri fakülteleri, eğitim fakülteleri ve spor bilimleri fakültelerinde anatomi dersi okutulmaktadır.

Anatomi dersi biyoloji öğretmen adaylarına “Anatomi ve Fizyoloji” dersi adı altında 3 saat teorik olarak okutulmaktadır (İnce, 2019). Anatomi öğretimi, öğrencilere insan vücudunda bulunan karmaşık yapıların birbirleri ile olan ilişkilerinin anlaşılmasını sağlamayı amaçlamaktadır (de Barros ve ark., 2001). Anatomi, biyoloji öğretmen adaylarının öğrenmekte oldukça zorlandıkları bir derstir. Anatomi dersinin anatomik terminoloji ve ezbere dayanması, öğrencilerin zorlanmasına neden olmaktadır (Kunt, 2014, İnce, 2019). Anatomik terminolojinin büyük bir kısmı klasik Latince ve Yunanca köken alsa da, birçok anatomik terim İngilizce’den türetilmiştir (Polachova, 2001). Terminolojinin yaklaşık %75’i Latince, geri kalanı ise İngilizce kökenlidir (Çolak, 2008).

Anatomi eğitimi alan öğrencilerin uluslararası alandan yararlanabilmeleri için ülkelerin ortak olarak kullandıkları terminolojiyi bilmeleri gerekmektedir. Terminolojiyi öğrenmek için Latince ve Yunanca dillerini öğrenmelerine gerek yoktur. Bilinmeyen bir terimin anlamı, kelimenin parçalarından çıkarılabilir. Öğrenciler anatomik kelimelerin farklı kısımlarını inceleyerek kelimelerin bir kısmını öğrendikten sonra diğer anatomik kelimeler hakkında çıkarımlarda bulunabilirler (Bujalkova ve Jurechova, 2003).

Bilimsel dil öğrenmek her ülkenin bireylerinin değişen oranlarda zorluk yaşamasına neden olmaktadır. Bu zorluk, bilim dilini öğrenenlerin milliyeti ne olursa olsun kendisine göre yabancı dili olmasından kaynaklanmaktadır. Bilimsel dili öğrenmenin ilk yolu genellikle yeni terimleri örnek almak ve ezberlemektir. İkincisi ise terimleri ve bunların kendi konuşma dilindeki karşılıklarını öğrenmektir. Birinci yöntemle elde edilen bilgilerin uzun ömürlü olması için sık sık tekrar yapılması gerekmektedir (Cankur, 2002).

Anatomi öğrenebilmek için öğrencilerin insan vücudunun boyutsal ve fonksiyonel ilişkilerini hayal etmeleri gerekmektedir

(Ritter ve ark., 2002). İnsan anatomisinin öğretilmesi, herhangi bir derste olduğu gibi, öğrenme sürecine en uygun öğretim araçlarını ve yaklaşımlarını belirlemek için sürekli revizyon ve analiz gerektirir (Moxham ve Plaisant, 2007). Anatomi dersi, insan vücudundaki farklı sistemlerin ayrıntılı yapısına odaklanmakta ve bunu kolaylaştırmak için derinlemesine bir anlayış sağlayacak çeşitli tanımlayıcı modeller kullanılmaktadır (Falah ve ark., 2014). Farklı öğrenme yöntemlerinin, yeni teknolojilerin ve geleneksel yüz yüze öğretim yöntemlerinin birleşimini içeren harmanlanmış öğrenme ile anatomi eğitimi verilebilir (Khalil ve ark., 2018; Alghamdi ve ark., 2024).

Anatomi öğrenimi ilk öğrenme, unutmama, yeniden yapılandırma ve uygulama ile karakterize edilen bir süreçtir (Smith ve Mathias, 2011). Öğrenme stilinin yanı sıra cinsiyet ve buna bağlı cinsiyet rollerinin de öğrenme ve beceri edinimi üzerinde etkisi olduğu belirtilmektedir (Thorson ve ark., 2011). Anatomi eğitiminde pek çok öğrenci yalnızca yüzeysel öğrenmeyi hedefler. Çünkü genellikle değerlendirme zamanı yaklaşıp kadar öğrenmeyi bırakırlar. Derin öğrenme ise daha küçük bir öğrenci azınlığı tarafından benimsenen bir tarzdır. Ancak her eğitimcinin amacı, öğrencilerine konu hakkında derin öğrenme anlayışı kazandırmaktır ve her koşulda bu konuyla yaşam boyu bir tanışıklığı olacağı bilincini vermektir (Mitchell, 2015). Biyoloji öğretmen adayları da meslek hayatları boyunca programda bulunan “İnsan Fizyolojisi” adı altında bütün sistemlerin anatomi ve fizyolojilerini anlatacaklardır. Yüzeysel bir anatomi bilgisine sahip biyoloji öğretmenlerinin bu konuyu öğrenciye verimli bir şekilde aktarabilmeleri söz konusu olamamaktadır.

Hızla değişen dünyada teknolojiye gelişmelerle beraber eğitim sistemleri de sürekli yenilenmektedir. Yeni gelişmeleri de içine alacak şekilde anatomi eğitiminde de değişiklikler yapmak gerekmektedir. Öğrenci için ezber niteliğinde ve sıkıcı bir ders durumundan çıkarıp, daha anlaşılır ve zevkli bir ders konumuna getirmek oldukça önemlidir.

2. ANATOMİ EĞİTİMİNDE KULLANILAN YÖNTEMLER

2.1. Kadavra Diseksiyonu

Anatomi eğitiminde kullanılan en eski materyal kadavradır. Kadavra diseksiyonu Rönesans’tan bu yana anatomi eğitimine destek olmuştur. Diseksiyon yöntemi öğrencilere insan ve hayvan anatomi

misinin üç boyutlu görüntüsünü verir, öğretim elemanlarının verdiği bilgileri doğrular ve detaylandırır (Brenton ve ark, 2007). Anatomi eğitiminde kadvraya dayalı öğretim ana öğretim aracı olarak hayatta kalmıştır, ancak tam kadvra diseksiyonunun modern bir lisans eğitimi için hala uygun olup olmadığı konusunda farklı görüşler vardır. Birçok anatomist hala diğer öğretim araçlarına göre diseksiyonun kullanılmasını tercih etmektedir (Estai ve Bunt, 2016).

Kadvra diseksiyonu kullanmanın öğrencileri klinik uygulamaya hazırlaması, öğrencileri ölümle karşılaşmaya hazırlaması, el becerilerinin gelişmesi ve hastaların semptomları ile patolojileri arasındaki ilişkinin anlaşılması gibi avantajları vardır (Fruhstorfer ve ark., 2011). Öğrenciler kadvra diseksiyonu ile aktif ve derin öğrenmeyi geliştirmekte ve kendilerini keşfetme yoluyla üç boyutlu yapıları daha iyi anlayabilmektedirler (Sugand ve ark., 2010; Dissabandara ve ark., 2015).

Biyoloji öğretmenliği anabilim dallarında okutulan anatomi dersinin uygulama kısmı olmadığı için kadvra kullanımı söz konusu değildir. Ayrıca uygulama dersi olsa bile biyoloji öğretmenlerinin fiziksel muayene, teşhis, tedavi ve uygulama gibi görev tanımları olmadığı için kadvra diseksiyonuna gerek yoktur. Üniversitelerin tıp fakülteleri, veteriner fakülteleri gibi uygulamalı alanlarında kadvra diseksiyonu yapılmaktadır.

Günümüzde, diseksiyon için insan örneklerinin bulunması oldukça güçtür. Etik ve pratik nedenlerden dolayı tartışmalıdır (Papa ve Vaccarezza, 2013). Kadvranın maliyetli, zaman alıcı ve modası geçmiş olduğu düşünülmektedir (Azize ve ark., 2002). Diseksiyon dersleri artık birçok ülkenin tıp fakültelerinin önemli bir kısmında temel öğretim yöntemi olarak kullanılmamaktadır (Drake ve ark., 2009). Pek çok üniversitede öğrencileri tarafından yapılan aktif kadvra diseksiyonunun yerini kısmen veya tamamen proseksiyon materyaller üzerinde öğrenme veya bilgisayar teknolojilerinin kullanıldığı öğretim yöntemleri almıştır (Winkelmann ve ark., 2007). Ayrıca fakültelerde öğrenci sayısının artması ile özellikle uygulama derslerinde öğrencilere yeterli vakit ayrılamaması (Ekinci, 2015) da kadvra diseksiyonunun uygulanabilirliğini azaltmıştır.

İnsan kadvrasının saklanması zor olması, kadvranın hastalık, yaşlılık veya obezite nedeniyle korunma ve diseksiyona uygunluğun azalması gibi diğer problemler sorun yaratabilir (Papa ve

Vaccarezza, 2013). Ayrıca kadavraların renklerinin değişmesi, kötü kokması, dokularının bozulması gibi birçok dezavantaja da sahip olabileceği ve gerçek hayattaki gibi dokunulamayacağı edilemeyeceği veya muayene edilemeyeceği belirtilebilir (Ganguly ve ark., 2008).

Kadavra genellikle formaldehit solüsyonu içinde bekletilir. Bedenin bu solüsyon ile tespit edilmesi çürümesi ve kurumasını aylarca geciktirir. Hatta havasız bir ortamda muhafaza etme ile bu süreyi yıllara çıkartır (König ve Liebich, 2015). Formaldehit renksiz, yanıcı, düşük molekül ağırlıklı, tahriş edici bir kimyasal madde olup, normal sıcaklıkta gazla dönüşebilmektedir. Bakterisidal, antioksidan ve protein çöktürücü etkileri nedeniyle tıpta ve veterinerlikte dezenfeksiyon işleminde ve doku ve organların belirlenmesinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Formaldehitin insanlar ve hayvanlar üzerindeki toksik etkileri bulunmaktadır. Anatomi laboratuvarlarında kullanıldığında hem öğrenciler hem de laboratuvar personeli risk altında kalmaktadır (Janczyk ve ark., 2011).

2.2. Proseksiyon

Anatomi derslerinde tüm vücut diseksiyonunun yerini diğer öğretim yöntemleriyle birlikte proseksiyona dayalı yöntemler almıştır (Sugand ve ark., 2010). Proseksiyon önceden parçalara ayrılmış, bazen de plastinasyona tabi tutulmuş bir numunedir. Kadavra proseksiyonları Orta Çağ'da ve erken Rönesans'ta anatomi öğretiminin önemli bir parçası olmuştur (Maani ve ark., 2023).

Anatomi derslerine ayrılan sürenin kısalması ve bağışlanan vücut sayısının azalmasıyla birlikte, birçok program tam vücut diseksiyonundan proseksiyonlara geçmiştir (Dinsmore ve diğerleri, 1999). Kalp ve büyük damarlar gibi bazı yapılar, toraks ve karın bölgesinin derinlerinde yer aldığından bu tür yapıların bölge bölge, katman katman incelenmesi mümkün değildir. Bu nedenle diseksiyon, anatomik sistemlerin ayrı ayrı gösterildiği sistem temelli bir yaklaşıma uygun değildir. Burada anatomi bölgesel diseksiyon yaklaşımına dayalı proseksiyonlar kullanılarak daha iyi öğretilir (Leung ve ark., 2006).

Proseksiyona dayalı dersler esnek, bağlamsal ve zaman açısından verimlidir. Çünkü yapıları ve ilişkileri kolayca gözlemlenir ve birden fazla öğrenci grubu proseksiyonları kullanabildiğinden daha

az kadavraya ihtiyaç duyulur (Pather, 2015). Ayrıca insan yapılarının gerçek boyutunu ve yerini tanımasına olanak tanıyan gerçekliği sağlayan bir yöntemdir (Chung ve ark., 2013). Bu avantajlara rağmen, incelenen numunelerin hazırlanması zaman alıcıdır. Aynı zamanda her vücut bölgesinde birden fazla proseksiyon oluşturmak için yeterli vasıflı personele ihtiyaç vardır (Yeager, 1996).

Son araştırmalar öğrencilerin diseksiyon yerine proseksiyonlardan öğrenmeyi tercih ettiklerini göstermektedir (Dinsmore ve ark., 1999). Gruplar halinde öğrenmenin daha verimli olduğunu düşünen öğrenciler proseksiyona dayalı derslerde ikili, üçlü ve hatta daha büyük gruplar halinde çalışmayı tercih etmektedirler. Bu küçük gruplar, öğrencilerin yeni edindikleri bilgileri denemeleri için genellikle “öğretmenin bulunmadığı” ve güvenli ortamlardır. Belirli bir konunun anlaşılmasını belirlemek için genellikle kolektif bilgelik kullanılmaktadır (Mitchell, 2015).

Anatomi eğitiminde proseksiyon giderek yaygınlaşan bir öğretim yöntemi olmasıyla birlikte, fakülteler hem diseksiyon hem de proseksiyonu benimsemekte ve buna ek olarak öğretimi desteklemek için bilgisayar destekli öğrenme ve anatomik modeller gibi diğer yöntemlerinin de kullandığı entegre bir öğrenme biçimini tercih etmektedirler (Waithaka ve ark., 2023).

Biyoloji öğretmen adayları için anatomi eğitiminde kadavra diseksiyonunda olduğu gibi proseksiyon da programa uygun bir yöntem değildir. Eğitim fakültelerinde hem bu prosedürü uygulayabilecek donanımlı öğretim üyesi ve teknik elemanın bulunmaması, hem de laboratuvar ve saklama koşullarının uygun olmaması bu yöntemin uygulanabilirliğini imkansız hale getirmektedir. Anatominin uygulama dersi bulunan bölümlerinde proseksiyon kullanılabilir.

2.3. Model ve Maketler

Anatomi derslerinde kullanılan plastik modeller ve maketler, anatomik yapıları üç boyutlu olarak göstermek amacıyla tasarlanmaktadır (Martinsen ve Jukes, 2005). Anatomik modeller, çeşitli sistemlerin pratik çizimleridir ve korumaya ihtiyaç duymadan uzun süre saklanabilir. İnsan yapılarının organik malzeme karmaşıklığı olmadan kolay görselleştirilmesi avantajına sahiptir (Waithaka ve ark., 2023). İnsan vücudunun ulaşılması zor ve gizli iç organlarını göstermek için bir öğretim ve öğrenme aracı olarak kullanılabilir (Damerau ve ark., 2022).

Plastik modeller bazı temel basit öğretim amaçları için uygundur. Ancak tıp fakültelerinin anatomi derslerinin çoğunda gerekli olan ayrıntılıyı öğretmek için ideal değildir (McMenamin ve ark, 2014).

Biyoloji öğretmenliği anabilim dalında okutulan anatomi dersinde model ve maketler oldukça kullanışlıdır. Hem kolay bir şekilde sınıf ortamına taşınabilmesi hem de temel düzeyde anatomik yapıları üzerinde barındırması açısından öğrenciler için ilgi çekici ve öğretici bir materyaldir.

2.4. Film ve Videolar

Film ve videolar genellikle kısıtlı süreye sahip, kavramsallaştırılması zor ve detaylı olarak incelenemeyen bölgelerin gösterilmesinde kullanılmaktadır. Öğretim elemanı ders sırasında televizyonda yayınlanan görüntüleri anlatabilir, gerekirse görüntüleri durdurarak öğrencilerin sorularını yanıtlayabilir. Birçok diseksiyon sunumunun video gösterimleri ile kısa sürede çok fazla bilgi alınabilmektedir. Ayrıca kameranın yakınlaştırılmasıyla örnekten odaklanma mesafesine eşdeğer resim çekilebilir. Bu yöntem öğretim elemanına soru sorma ve cevaplarını alma olanağı sağlar (Reidenberg ve Laitman, 2002).

Mevcut film ve videoların yanı sıra anatomi dersinde kullanmak üzere fakülte ve öğrenci bilgisayarları arasındaki video bağlantılarını sağlamak için çok sayıda dijital video kamera ve ilgili yazılımları kullanabilir. Bu kameralar yüksek çözünürlükte renkli fotoğraf çekip internet üzerinden öğrencilere gönderebilmektedir. Bu özellikle anatomi gibi görsel bir ders için oldukça kullanışlıdır (Gonguly, 2010).

Biyoloji öğretmen adayları anatomi dersinde, daha önce çekilmiş ve hazırlanmış materyalleri rahatlıkla kullanabilirler. Klasik yöntemle anlatılan derslerin daha ilgi çekici hale gelmesi ve öğrenci motivasyonunun sağlanması açısından oldukça yararlıdır. Fakat biyoloji öğretmenliğinde anatomi dersinin uygulaması olmadığı için kadavra ve plastine edilmiş materyallerin video ve resimlerinin çekilmesi söz konusu olamaz. Ancak teorik ders esnasında kullanılan diğer yöntem ve materyallerin çekimi ve paylaşımı olabilir.

2.5. Öğretmen Merkezli Öğrenme

Temel anatomik gerçeklerin ve kavramların bir öğretim üyesi tarafından aktarılmasını sağlar (McLachlan ve ark., 2004). Geleneksel ders anlatma yöntemi, öğrencilerin amfi veya sınıf gibi belirli bir yerde belirli bir zamanda bulunmasını gerektirir (Chang ve ark., 2019). Böylece bil-

ğinin verimli ve etkili bir şekilde yayılmasına neden olur (McLachlan ve ark., 2004). Öğrenciler ve öğretim elemanı arasındaki tartışmaları mümkün kılarak öğrencinin aktif ve motive olmasını sağlar (Waithaka ve ark., 2023). Öğretim elemanları öğrencilere rol model olabilmek için uygun bir konumda durur ve liderlik, profesyonellik ve destek gibi bir dizi arzu edilen nitelikleri sergiler. Ayrıca öğrencilerin etik farkındalığını oluşturabilmek için fırsatlar verir (McBride ve Drake, 2011).

Yapılan araştırmalar sonucunda, öğrencilerin öğretim elemanlarını cana yakın, etkili ve güvenilir bulduklarını ve dolayısıyla öğrenmelerine olumlu katkı sağladığını ifade etmektedirler (McBride ve Drake, 2011). Fakat hem öğretmen merkezli öğrenme hem de anatomi ders kitapları, anatomik yapıların üç boyutlu yapılarını yeterince aktaramamaktadır. Ayrıca işbirliğine teşvik etmemekte ve problem çözme becerilerini geliştirmemektedir (McLachlan ve ark., 2004).

Öğretmen merkezli öğrenme yaklaşımı bazı bilim insanları için etkisiz, modası geçmiş ve pasif bir öğrenme biçimi olarak nitelendirilmektedir (Pawlina ve Lachman, 2004). Anatomi öğretiminde öğretmen merkezli öğrenmenin öğrenciler üzerinde kalıcı etkisinin az olduğu gösterilmiştir (Rizzola ve ark., 2006). Anatomi eğitiminde geleneksel yüz yüze ve çevrimiçi öğretim yöntemlerinin entegrasyonunun yapıldığı harmanlanmış bir öğretim stratejisi alternatif olarak düşünülmelidir (Graham, 2006).

Biyoloji öğretmenliğinde anatomi dersi tamamen teorik olduğu için öğrenme öğretmen merkezli olmaktadır. Avantajları kadar dezavantajları da bulunan bu yöntemde öğrencileri ders boyu ilgilerini derse çekmek ve dikkatlerini dağıtmamak için farklı materyallerden yararlanmak, farklı öğrenme yöntemlerini de beraberinde kullanmak öğrenme çıktılarına ulaşmak açısından oldukça önemlidir.

2.6. Probleme Dayalı Öğrenme

Anatomi eğitimi probleme dayalı eğitime uyum sağlamaktadır. Probleme dayalı eğitim, bağımsız düşünmeyi ve grup çalışmasını teşvik eder ve didaktik eğitimdeki temel eksikliği gidermeyi amaçlar (McLachlan ve ark., 2004).

Probleme dayalı müfredatta öğrenciler, öğrenme içeriğinin daha fazla öz düzenlemesinin gözlemlendiği ve dolayısıyla daha fazla özgüven gelişiminin beklenebileceği çeşitli öğrenme stillerini kullanırlar (Van der Veken., 2008). Probleme dayalı öğretim senaryoları, öğrencilerin ilgili anatomik yapıları tanımlamasını, işlevlerini anlamasını ve mekansal ilişkilerini dikkate almasını gerektiren klinik vakaları içerebilir (Almulhem ve Almulhem, 2022).

Eğitim faklterinde anatomi dersi alan biyojoji ğretmenliği ğrencilerinin klinik vaka ile karşılaşma durumu söz konusu değildir. Fakat anatomik yapıların normal duruş ve pozisyonları ile işlevleri hakkında probleme dayalı öğrenme uygulanabilir. Böylece ğrenciler de öğretimin aktif bir parçası olarak derse katılarak kendine güvenini ve ifade gücünü arttırmış olur.

2.7. Yaşayan Anatomi

Yaşayan anatomi, canlı insan üzerinde ortaya çıkan anatomi olarak tanımlanmakta olup, modern anatomi eğitiminde önem kazanmaktadır. Hatta kadavraya dayalı anatomi çalışmalarının yerini alacağı düşünülmektedir (Ganguly, 2010). Yaşayan anatomi öğrencilere akran fizik muayenesi, ultrason ve vücut boyama kullanılarak öğretilir. Bu yöntem öğrencilerin birbirlerini fiziksel olarak incelemesini içerir (Rees ve ark., 2004). Fiziksel muayene, öğrencilere hastayla karşılaşmadan önce güvenli bir şekilde pratik yapma ve klinik becerilerde ustalaşma fırsatının yanı sıra empati geliştirme ve iletişim becerilerini geliştirme fırsatı sağlar (Patten, 2007).

Anatomi eğitiminde vücut boyama, vücut yüzeyindeki i yapıların keçeli kalemler veya mum boya kalemleri kullanılarak boyanması anlamına gelir (McMenamin, 2008). Vücut yüzeyi i anatomi görüntülerinin sunumu için araç olarak kullanılır (Ganguly, 2010). Kemikler, kaslar, damarlar, sinirler ve iç organlar gibi birçok yapı gerçek canlı vücut üzerine boyanarak muayene ve palpasyon kolaylığı sağlanmaktadır (Jariyapong ve ark.,2016).Eğlenceli ve etkileşimli olmasının yanı sıra vücut boyama, anatomik bilginin akılda tutulmasını ve hatırlanmasını artırır (Finn ve McLachlan, 2009). Boyama malzemelerinin nispeten düşük maliyetle kolayca bulunabilmesi ve daha az personel zamanı ve fiziksel kaynak gerektirerek çok sayıda öğrencinin aynı anda boyama ile meşgul olabilmesi nedeniyle vücut boyamanın nispeten uygun maliyetli olduğu düşünülmektedir (Finn, 2015).

Biyoloji ğretmen adayları anatomi dersinde öğrendiklerini pekiştirmek için, vücut boyama tekniği ile birbirlerinin ve kendilerinin vücudunu boyayarak anatomik yapıları gösterebilirler. Böylece canlı üzerinde gösterilen kemik, kas, damar ve sinir gibi yapıları farklı renklerde boyayarak hem kalıcı hem de zevkli bir öğrenim süreci sağlanabilirler.

2.8. Görüntüleme Sistemleri

Görüntüleme sistemleri anatomik yapıların ve iç organların iki ya da üç boyutlu görüntülerini veren genel bir terimdir. Röntgen (X-ray), bilgisayarlı tomografi (BT), manyetik rezonans (MR) ve ultrason görüntüleme sistemlerine örnek olarak verilebilir (König ve Liebich, 2015). Öğreten merkezli öğrenme, probleme dayalı öğrenme ve diseksiyon derslerinde sıklıkla radyolojik görüntüler yer almaktadır (Yamada ve ark., 2007).

Röntgen cihazlarında X ışınları kullanılır. Değişik kalınlıkta ve yoğunluktaki doku organlardan geçerken oluşturulan yansıma sonucunda görüntü oluşur. Bilgisayarlı tomografide yine X ışınları kullanılarak vücutta istenilen bölgenin kesitsel görüntüsü oluşturulur. Manyetik rezonansda ise manyetik alan ve radyo dalgaları kullanılarak vücut içerisinde bulunan organ, kemik ve doku gibi yapıların detaylı kesitsel görüntüleri elde edilir (Aydoğdu ve ark., 2017).

Ultrason, modern anatomi eğitiminde daha sık kullanılmakta olup, gross anatomiye öğretmek için kullanılan geleneksel yöntemlere eklendiğinde yararlı bir yardımcı olarak görev yapmaktadır (Brown ve ark., 2012). Ultrason teknolojisi, iyonlaştırıcı radyasyon riski oluşturmadan dinamik, gerçek zamanlı görüntüler üreten benzersiz bir görüntüleme tekniğidir. Eğitim amaçlı olarak insan vücudundaki normal anatomik varyasyonları ve yapıların hareketini keşfetmek için güvenli bir yöntemdir (Moore ve Copel, 2011).

Yapılan çalışmalar öğrencilerin ultrason gibi görüntüleme tekniklerinin anatomi öğretimine dahil edilmesinden yararlandığını göstermektedir (Arger ve ark., 2005; Wright ve Bell, 2008). Bu nedenle, halihazırda ders ve laboratuvar bileşenlerini içeren kaba anatomi dersine ultrason derslerinin de eklenmesi, daha çeşitli bir öğrenme grubunun desteklenmesini sağlamış olabilmektedir (Bullen ve ark., 2020).

Biyoloji öğretmenliği öğrencilerinin anatomi dersinde karmaşık bölgelerin daha iyi anlaşılmasında ve topografik olarak hangi yapıların bulunduğu fark etmeleri açısından görüntüleme sistemleri önemli yer tutar. Teorik derslerin anlatımı esnasında daha önce elde edilmiş bu görüntülerden faydalanılabilir.

2.9. Üç Boyutlu Modelleme (Rekonstrüksiyon)

Manyetik rezonans veya bilgisayarlı tomografi teknikleriyle elde edilen iki boyutlu görüntülerin üç boyutlu modelleme programları ile rekonstrüksiyonları yapılarak anatomik yapıların *in vivo* koşullarda incelenebilmesi sağlanmaktadır (Yamada ve ark., 2007). En iyi çalışma araçları hakkında bir fikir birliği olmasa da, üç boyutlu model-

lerin, özellikle yapının karmaşıklığı arttıkça, iki boyutlu modellerin veya videoların kullanımına kıyasla öğrenme sonuçlarını iyileştirdiğine dair kanıtlar vardır (Salazar ve ark., 2022; Ye ve ark., 2023).

Üç boyutlu modeller canlı insan görüntüleme veri kümelerinden (MR/BT) oluşturulduğu için çizim ve modellerdeki olası yanlışlıkları ortadan kaldırmaktadır (Tam, 2010). Üç boyutlu rekonstrüksiyon sadece kemik doku değil aynı zamanda kas ve yağ tabaka için de kullanılmaktadır (Eken ve ark., 2009). Bu öğretim yöntemi, insan vücudunun tamamen farklı bir perspektiften araştırılmasına olanak tanıyarak kesitleri, nörovasküler organizasyonları, izole edilmiş sistemleri, geleneksel anatomik öğretilerle gösterilemeyecek bir yöntemle sergilemektedir (Waithaka ve ark., 2023).

Oluşturulan üç boyutlu modeller bilgisayar program aracılığı ile istenilen yöne çevirmeye olanak sağladığından, diğer yöntemlerle anlaşılması zor olan anatomik yapıların daha iyi anlaşılmasına yardımcı olmaktadır. Ayrıca bu programlarda bulunan üç boyutlu modelleri kesme özelliği ile örneğin karnın içinde bulunan karaciğer, safra kesesi, dalak, mide gibi organların gözlemlenmesine olanak de sağlamaktadır (Yamada ve ark., 2007). Genel olarak üç boyutlu model kullanımı öğrenci başarısı üzerinde oldukça etkilidir (Acar ve ark., 2022).

Anatomi dersinde teknolojik gelişmelerden faydalanılarak öğretim yöntemi kullanılması biyoloji öğretmen adaylarının da ilgisini çekecektir. Kemik, kas, organ, damar, sinir gibi anatomik yapıların üç boyutlu görüntüleri ile vücut içinde konumlandırılmaları akılda daha kalıcı bir öğrenmeye neden olacaktır.

2.10. Üç Boyutlu Yazıcılar

Üç boyutlu baskı veya hızlı prototipleme, anatomi öğretimi için büyük umut vaat eden, hızla genişleyen bir teknolojidir. Bu teknolojinin prensibi, malzeme katmanlarına katman ekleme işlemi yoluyla üç boyutlu fiziksel modellerin oluşturulması için üç boyutlu bilgisayar destekli tasarımı kullanmaktır (Gibson ve ark., 2010).

Dijital modeller, modelleme yazılımı kullanılarak sıfırdan oluşturulabilir. Bunun için ya iki boyutlu görüntülerden (fotogrametri) veya mevcut üç boyutlu modellerden oluşturulur. En yüksek anatomik doğruluk için dijital modeller mevcut tıbbi görüntüleme dosyaları kullanılarak da oluşturulabilir. Bilgisayarlı tomografi ve

manyetik rezonans veri kümeleri, numune boyunca ince dilimleri temsil eden bir dizi görüntüden oluşur. Bu görüntüleme teknikleri tarafından üretilen görüntü serisi, orijinal numunenin üç boyutlu bir görünümünü oluşturmak için dijital olarak bir araya getirilebilir. Dijital model tamamlandıktan sonra dilimleme yazılımı kullanılarak üç boyutlu yazıcıya aktarılır. Yazıcı talimat görevi gören dilimleme yazılımı ile plastikten bir dizi ince katmanlar halinde üst üste koyarak üç boyutlu model oluşturulur (Barger ve Edwards, 2024). Bilgisayarlı tomografi veya manyetik rezonans veri setleri kullanılıyorsa, belirli bir anatomik yapıyı veya anatomik yapı grubunu izole etmek mümkündür (Doney ve ark., 2013).

Anatomi eğitiminde bu teknoloji sayesinde yapıların ve bu yapıların birbirleriyle olan ilişkilerinin görsel, uzaysal ve üç boyutlu anlayışı geliştirilebilmektedir. Böylece yararlı, düşük maliyetle ve daha kısa sürede yüksek doğruluklu modeller üretebilmektedir (McMenamin ve ark., 2014). Ayrıca büyük bir gruba yetecek kadar anatomik model üretilebilmektedir. Üç boyutlu yazıcıdan çıkan modellerin hızı ve düşük maliyeti, onları öğrenciler için evde çalışma materyalleri oluşturmak için ideal bir materyal haline getirmektedir. Daha da önemlisi, modeller öğrencilerle ilgili ayrıntı düzeyine göre özelleştirilebilir, birden fazla renkte basılabilir, yeniden boyutlandırılabilir veya başka herhangi bir şekilde değiştirilebilir. Bu durum, ticari olarak satılan ürünlerde görülmeyen bir esneklik düzeyidir (Barger ve Edwards, 2024). Ek bir avantaj da öğrencilerin daha sonra diseksiyon odasındaki gerçek örneği, BT görüntüsünü ve 3 boyutlu baskıyı sorunsuz bir şekilde doğrudan karşılaştırabilmesidir (Smith ve ark., 2018).

Üç boyutlu yazıcılar ile kol ve bacaklar, göğüs, karın, baş ve boyun anatomisini öğretmek için gerekli olan vücudun tüm önemli kısımları oluşturulabilir (Lim ve ark., 2016). Ayrıca istenilirse sistemsel olarak da çalışılabilir. Örneğin kas-iskelet sistemi, kardiovasküler sistem, sindirim sistemi, sinir sistem, solunum sistemi ve boşaltım sistemi gibi sistemlerin özel olarak oluşturulan modellerinin 3 boyutlu yazıcıdan çıkıları alınabilir (Witowski, 2016). Bu yenilik anatomi öğrenimine fayda sağlayarak, kadavra temelli eğitime ek olarak kullanılabilir (Lim ve ark., 2016). Üç boyutlu yazıcı kullanmanın avantajlarının yanında dezavantajları da vardır. Örneğin öğrencilerin yalnızca üç boyutlu basılı modellere erişimi varsa, bu durum gerçek boyutu ve diğer anatomik bileşenlerle ilişki-

sini anlamada eksikliğe yol açabilir (Youssef, 2021). Bir dezavantajı da canlı deneklerden alınan BT ve MR taramalarından alınan görüntülerin çözünürlüğünün az olmasıdır. Bu tür görüntülerden elde edilen modeller istenilen detaylandırmaya sahip olamamaktadırlar (Smith ve ark., 2018).

Bu modeller anatomi eğitiminde kendi başlarına bir öğretim aracı olarak kullanılabilir gibi, müfredatı zenginleştirmeye ve diseksiyona dayalı öğretim gibi yerleşik öğrenme yöntemlerini tamamlamaya yönelik bir yöntem olarak da kullanılabilir (Smith ve ark., 2018).

Biyoloji öğretmen adayları da ucuz, hızlı ve kolay erişimi bulunan bu anatomik materyalleri gönül rahatlığı ile eğitimlerinde kullanabilirler. Her boyutta basılabilmesinden ve hafif plastik benzeri materyallerden üretilmesinden dolayı her ortama taşınarak üzerinde çalışma imkânı bulunmaktadır.

2.11. Plastinasyon

Plastinasyon 1980 yıllarında anatomi için gerekli olan kesit modellere olan ihtiyaç doğrultusunda geliştirilmiştir. Günümüzde daha gelişmiş plastinasyon prosedürleri uygulanarak, daha önce plastik veya mum gibi maddeler kullanılarak yapılan klasik muhafaza metodlarından çok daha iyi kalitede ve uzun süre dayanabilecek anatomi materyalleri üretilmektedir. Plastinasyon tekniğinin temeli vücut sıvısının yerini belli bir vakumlama tekniği ile yüksek kalitede bir polimerin almasına dayanır. Bu polimerizasyon süreci ile kadavradaki her hücreyi koruyarak, bedenin çürümesine engel olmaktadır (König ve Liebich, 2015).

Plastinasyon, vücudun doğal biyolojik yapısını korurken, tanımlanması çok zor olan anatomik kavramların gerçekçi bir şekilde görselleştirilmesine olanak tanır (Papa ve Vaccorezza, 2013). Levha plastinasyonda yarı şeffaf doku dilimleri elde edilir ve öğrencilerin yapısal ve topografik anatomiye detaylı olarak incelemesi kolaylaşır (Sora ve ark., 2012). Pek çok anatomist, kokusuz olmaları, uygun depolamaya izin vermeleri ve kullanım kolaylığı sağlamaları nedeniyle basit formalinle sabitlenmiş materyal yerine plastine örnekleri tercih etmektedir (Fruhstorfer ve ark., 2011).

Yapılan çalışmalar, plastinasyonlu örneklerin öğrenciler tarafından faydalı görüldüğünü ve çeşitli düzeylerde öğrenci ihtiyaçlarını karşıla-

dığını göstermektedir (Latorre ve ark., 2007; Fruhstorfer ve ark., 2011). Plastinasyonun pek çok avantajı olmasına rağmen, büzülme, doku kaybı, doğal doku renginin solması ve ince detayların görülmemesi gibi bazı sınırlamaları vardır. (Korf ve ark., 2008). Bununla birlikte, plastinasyonlu proseksiyonlarla öğrenmenin, dokusal ve duygusal deneyim açısından sınırlamaları bulunmaktadır (Papa ve Vacarezza, 2013). Ayrıca, plastinasyonlu numunelerin hazırlanmasında kullanılan büyük miktarlarda yanıcı kimyasallarla ilişkili sağlık ve güvenlik kaygıları da vardır (Von Hagens ve ark., 1987).

Biyoloji öğretmenliğinde anatomi dersi uygulamaya yönelik olmadığı için plastin örneklerin kullanımı söz konusu değildir. Hazırlanması maliyetli ve uzmanlık isteyen bu yöntem uygulamalı bölümler için kullanışlıdır.

2.12. Sanal Tasarımlar

Anatomi ile ilgili internet atlasları sanal tasarıma dayalıdır ve teorik bilgi açısından zengin materyaller sağlar. Bu tasarımlarla ilgili birçok benzer web sitesi üyelik ücreti gerektirmez ve öğrenciler tarafından bireysel olarak veya grup çalışması olarak kullanılabilir (McLachlan ve ark., 2004).

Sanal gerçeklik, belirli bir sentetik ortamın insanlar tarafından gerçek olarak algılanmasını amaçlar ve aynı zamanda gerçek dünya ile iletişimi sağlar. Gözlem merkezli olup, üç boyutlu bilgisayarlı üretim ortamı olarak yapılandırılmıştır (Özkurt, 2003). Sanal bir ortamda öğrenci, anatomik yapıların karşılıklı ilişkileri hakkında daha derin bir anlayış kazanabilecek ve sanal gerçeklik ortamını kullanırken öğrenme ve öğretme keyfini çıkarabilecektir (Falah ve ark., 2014). Sanal gerçeklik programlarının kullanılabilirliği ve maliyet etkinliği anatomi öğretiminde iyi bir şekilde kabul edilmiş olup, öğrencilerin sanal anatomi kullanımına yönelik tutumları da olumlu olmuştur (Rizzolo ve Stewart, 2006). Ancak çalışmalar, kadavra diseksiyonu ve fiziksel modellerle karşılaştırıldığında sanal gerçekliklerin öğrenme sonuçlarını iyileştirmede daha az etkili olduğunu göstermiştir (Peterson ve ark., 2009; Codd ve Choudhury, 2011).

Son zamanlarda anatomi masaları insan kadvralarının yerine kullanılmaya başlanmıştır. Anatomi masası, tüm vücudun anatomisini keşfetmek için dijital görüntüleri etkileşimli bir şekilde kullanan gerçek boyutlu “iPad benzeri” bir deneyim sağlayan çoklu dokunmatik ekrana sahip sanal bir üç boyutlu diseksiyon platformudur (Fyfe ve ark., 2013). Öğrencilerin yalnızca içeriği keşfetmesine değil aynı

zamanda aynı sanal odada aynı içeriği görüntülerken kullanıcılar arasındaki etkileşimlere de olanak tanınması nedeniyle çevrimiçi öğrenmeye benzersiz bir katkı sağlamaktadır (Richardson ve ark., 2011). Ancak anatomik yapıların konumunu ezberlemede veya derin anatomik bilgi edinmede pek yardımcı değildir ancak anatomik yapıların hızlı bir şekilde tanımlanmasına yardımcı olabilmektedir (Park ve ark., 2019) .

Oculus Rift ve benzeri üç boyutlu görselleştirme “gözlükleri”, eğitim ve öğretim amaçları açısından muazzam bir yapıya sahiptir. Kullanıcı, Oculus Rift’in “başa takılan ekranı” takar ve elinde bir tur oluşturmasına veya insan vücudunda sanal olarak uçmasına olanak tanıyan kontrol cihazlarını tutar. Oculus Rift aynı zamanda öğrencilerin basit ve karmaşık görevleri yerine getirmeleri gereken sanal bir ortamda motor becerilerini ve el hareketlerini kullanarak öğrenmelerine olanak tanır (Mathur, 2015).

Artırılmış gerçeklik son zamanlarda ortaya çıkan başka bir araç olup kullanıcının gerçeklik algısını geliştirmek için bilgisayar tarafından oluşturulan nesnelere gerçek dünyaya entegre etmesi açısından sanal gerçeklikten farklıdır (Hugues ve ark., 2011). Kullanıcının vücudundaki anatomik yapıların görüntülenmesine izin veren bir yanılısına yaratabildiği gibi, daha karmaşık anatomiye görselleştirmede de yararlı olabileceğinden anatomi eğitiminde kullanım alanları vardır (Thomas ve ark., 2010). Artırılmış gerçeklikte, anatomik modeller gibi sanal nesnelere, kullanıcının gerçek dünya görüşünün üzerine yerleştirilir. Modeller, masaüstü bilgisayarlar, cep telefonları, başa takılan cihazlar gibi cihazlar aracılığıyla bireysel olarak ve stereoskopik projektörler ve ekran tabanlı artırılmış gerçeklik ile daha geniş kitlelere sergilenebilir (Youssef, 2021). Ancak artırılmış gerçeklik tek başına geleneksel öğretim veya öğrenme yöntemlerinin yerini alamaz. Aksine onu geliştirmek ve tamamlamak için kullanılabilir (Estai ve Bunt, 2016).

Simülasyonlar model olarak öğrencilerin kendi başlarına bağımsız olarak pratik yapmalarına, deneme yanılma yoluyla öğrenmelerine ve işlemleri tekrarlamalarına olanak sağlamaktadır (Martinsen ve Jukes, 2005). Simülasyonlar genellikle eğitim, araştırma, planlama ve beceri kazanmak amacıyla yapılmaktadır (Mıdık ve Kartal, 2010). Simüle edilmiş hastalar kullanılarak canlı vücudunda anatomi çalışılabilir ve bu teknik kemikler, eklemler, kaslar, periferik sinir sistemi ve karın organlarının incelenmesinde çok faydalıdır (Chang ve ark., 2019). Pelvis bölgesi ve göğüs gibi

vücudun belirli bölümlerinin muayenelerini öğretmek için simüle edilmiş hastaların kullanılması, etik kaygıları giderme, kaygıyı azaltma, utançtan kaçınma, öğrenci performansını iyileştirme ve öğrenciye değerli geri bildirim sağlama potansiyeline sahiptir (Wanggren ve ark., 2005).

Haptik (dokunma) teknolojisi, insan ve veteriner klinik eğitiminde giderek daha fazla kullanılan ve özellikle dokunma duyusuna dayanan muayenelerin simüle edilmesinde yararlı olan başka bir sanal simülasyon teknolojisidir. Haptik, sanal gerçekliğe hem dokunsal hem de kuvvet geri bildirim ekler ve gerçekçi bir iç anatomi hissi sağlar (Kinnison ve ark., 2009).

Mobil olarak öğrencilerin ulaşabileceği bu materyaller öğrencilerin klasik yöntemlerle olan anatomi eğitimine göre başarı oranlarını ve ilgilerini artırmaktadır. Bu uygulamalardan en fazla artırılmış gerçeklik uygulamaları başarılıdır (Erbek ve Bolatlı, 2022).

Bu yöntemden bazıları daha çok tıp fakültelerinde öğrencilerin bölgenin anatomisini anlamaları ve klinik becerilerini artırmaları için kullanılmaktadır. Biyoloji öğretmen adaylarının klinik beceriye yönelik herhangi bir uygulamaya ihtiyaçları olmadığı için simülasyonlarla eğitim uygun değildir. Teknolojik gelişmelerden oldukça fazla faydalanan yeni nesil içinde bulunan biyoloji öğretmenliği öğrencileri de kendi seviyelerine uygun olan tekniği seçerek anatomi bilgilerini geliştirebilirler.

2.13. Sosyal Medya ve Anatomi Web Siteleri

Sosyal medya anatomi alanında popülerlik kazanmış olup, anatomi eğitimcilerine yönelik eğitimsel bir yardım olarak giderek daha fazla tanınmaktadır. Sosyal medyada anatomistler tarafından sayfalar oluşturulmakta ve çoğu öğrenci anatomi eğitimi sayfalarıyla etkileşim kurarak öğrenmelerine yardımcı olmaktadır (Youssef, 2021).

Anatomi web siteleri ve elektronik öğrenme platformu insanların kendi bilgi ve becerilerini gereksinimlerine paralel olarak uygulayabilecekleri şekilde tasarlanmıştır (Ginneken ve ark., 2005). Öğrencilerin zor teorik kavramları görselleştirip kavrayabildikleri ve öğretim materyallerinin multimedya temsilleriyle eğlenceli, ilgi çekici bir şekilde doğal olarak etkileşime girebildikleri ortamdır (Li-arokapis ve ark., 2010).

Biyoloji öğretmen adayları anatomi konularını pekiştirmek ya da anlamadıkları konuları anlayabilmek için sosyal medya ve anatomi web sitelerinden faydalanabilirler. Genç neslin belki de kendi kendine çalışmada en çok tercih ettiği yöntem budur.

3. SONUÇ

Anatomi eğitiminde öğrenme ve öğretme stratejilerinin nesillere özgü öğrenme yöntemleriyle ilişkilendirilmesi ihtiyacı ortaya çıkmaktadır (Acar ve ark., 2022). Farklı öğrenciler anatomiye farklı şekillerde öğrenirler. Anatomi eğitiminde anatomiye ayrılan zamanın azalması ve yeterli tecrübeli anatomi eğitmeni sayısının azalması nedeniyle ciddi sorunlar ortaya çıkabilmektedir (Mitchell, 2015). Anatomi eğitimi sonucunda elde edilen kazanımlar ve tespit edilen problemlere göre gerekli tedbir ve değişiklikler yapılarak öğretmen adaylarının daha verimli bir anatomi eğitimi alması sağlanabilir (İnce, 2019).

İyi bir öğretim, öğrencileri öğretmenler tarafından doldurulmasını bekleyen boş kaplar gibi görmemelidir. Bunun yerine, keşfetmeye ve kendi başlarına araştırmaya teşvik etmelidir. Pek çok öğrenci daha önce dinlediği konuları yeni konulara doğru ilerledikçe unutmaktadır. İdeal öğrenme en iyi şekilde öğrencilerin bu materyali öğretmenden bağımsız olarak kendi başlarına incelemeye zaman ayırdıkları yerde gerçekleşmektedir. Bu, çoğu zaman kanıtlanması zor olan bilgileri pekiştirmelerini sağlayacaktır. Öğrencilerin öğrenme materyali ile etkileşimi aynı zamanda eğitimin gerçekleşmesi için de bir gerekliliktir ve bu tür bir katılıma neden olmayan herhangi bir öğrenme ortamı, anlayışı ilerletmek ve dolayısıyla bilgiyi uygulayabilmek için gerekli entelektüel süreci sağlamada başarısız olmaktadır (Mitchell, 2015). Ayrıca küçük öğrenme grubu oluşturmaya teşvik edilmelidir. Böylece öğrenciler arasında bilgilerin aktarılmasına, tartışılmasına ve yanlış bilgilerin düzeltilmesine teşvik edilmektedir. Bu, öğrencilerin öğrenme sürecine aktif olarak katılmalarına olanak tanıyarak, geleneksel öğrenci/öğretmen engelini ortadan kaldırmaktadır. Küçük grup öğretimi anatomi öğretiminde yaygın ve başarılı bir şekilde uygulanmaktadır (Jacques, 2003).

Anatomi öğrenimi ağırlıklı olarak yapıların görselleştirilmesine dayanır ve harmanlanmış öğrenmenin kullanılması, bu tür zorlukları hafifletme ve geleneksel öğretme ve öğrenmede alternatif müdahalelerin kullanılmasının önemini artırma potansiyeline sahiptir (More ve ark., 2017). Öğrenci katılımını teşvik etmek için etkili öğretme ve öğrenme stratejilerine ihtiyaç vardır (Chung ve ark., 2013). Modern anatomiye öğretmenin en iyi yolu, birden fazla pedagojik kaynağı birbirini tamamlayacak şekilde bir araya getirmektir. Çoklu model

ve sistem temelli yaklaşımlar entegre edildiğinde öğrencilerin daha etkili bir şekilde öğrendikleri görülmektedir (Estai ve Bunt, 2016). Anatomi eğitiminde diğerine üstün olduğu belgelenmiş tek bir pedagojik yöntem veya modelin olmadığı kanıtlanmış bir gerçektir (Wilson ve ark., 2018). Son yıllarda teknolojinin gelişmesi ve öğretim üyelerinin yaratıcı yapısı anatomi öğretme ve öğrenmeyi oldukça heyecanlı hale getirmiştir (Festin, 2023).

Özellikle videolarla desteklenen sanal anatomi animasyonları, YouTube videoları ve diğer sosyal paylaşım sitelerinden elde edilen animasyonlar, renkli üç boyutlu görüntüler ve problem odaklı öğrenmeyi içeren üç boyutlu mobil uygulamalar, anatomi eğitiminde kullanılan güncel yöntemler olarak yerini almıştır (Petekkaya ve ark., 2021). Bireysel olarak çalışmayı tercih eden öğrenciler bu tarz yöntemlerle derste öğrendikleri anatomi bilgilerini pekiştirme imkanı bulmaktadırlar.

Her fakülte kendi kurgusuna göre en uygun yolu seçmek ve bunu erişilebilir yeni teknolojilerle donatmak zorundadır (Singal, 2022). Eğitim fakültelerinde anatomi dersi öğretmen adaylarına belli kalıplaşmış bir çerçevede ezbere dayalı olarak verilmektedir. Bunun sonucu olarak da ezberlenen bilgiler kısa sürede unutulmakta ve kalıcı bir anatomi eğitimi verilememektedir. Anatomik yapıların birbirleriyle olan komşu ve ilişkileri ile görevleri birlikte verilirse tam bir öğrenme sağlanmış olur. Teorik bilginin yanında görselliği artıran çeşitli materyallerle zihinde kalan anatomi bilgisi aktarılmış olur (Görgülü ve Arslan, 2019).

Hayatımızın bir parçası haline gelen internet ve teknolojik aletler sayesinde bilgiye oldukça kolay ulaşılabilir. Teknolojik gelişmelerin anatomi eğitimine uyarlanması, istediği zamanda bu bilgilere ulaşabilmesi ve paylaşabilmesi öğrencilerin anatomi dersine karşı olumlu tutum ve davranışlarının gelişmesine neden olacaktır. Öğrencilerin klasik yöntemlerin sıkıcılığından uzaklaşarak, daha eğlenceli bir öğrenim sürecine gireceği ve kalıcı bir anatomi eğitiminin yapılabileceği düşünülmektedir.

KAYNAKÇA

- Acar, N., **Özden, A., Can, D., Kardoğan, S.**, Sevil Kilimci, F. & Kara, M. E. (2022). The use of three-dimensional models for the teaching anatomical structures in biology courses. *Animal Health, Production and Hygiene, 11*, 21-25.
- Alghamdi, M. A., Saeed, R. B., Fudhah, W., Alqarni, D., Albarzan, S., Alamoudi, S. & Khan, M. A. (2024). Perceptions of medical students regarding methods of teaching human anatomy. *Cogent Education, 11*, 2340836.
- Almulhem, M. A., & Almulhem, J. A. (2022). Evaluation of problem-based learning implementation in a college of medicine, Kingdom of Saudi Arabia: a cross sectional comparative study. *BMC Medical Education, 22*, 311.
- Arger, P. H., Schultz, S. M., Sehgal, C. M., Cary, T. W. & Aronchick, J. (2005). Teaching medical students diagnostic sonography. *Journal of Ultrasound Medicine, 24*, 1365-1369.
- Aydoğdu, A., Aydoğdu, Y. & Yakıncı, Z. D. (2017). Temel radyolojik inceleme yöntemlerini tanıma. *İ.Ü. Sağlık Hizmetleri Meslek Yüksekokulu Dergisi, 5*, 44-53.
- Barger, J. B. & Edwards, D. N. (2024). Development, implementation, and perceptions of a 3D-printed human skull in a large dental gross anatomy course. *Anatomical Sciences Education, 00*, 1-14.
- Brenton, H., Hernandez, J., Bello, F., Strutton, P., Purkaystha, S., Firth, T. & Darzi, A. (2007). Using multimedia and Web3D to enhance anatomy teaching. *Computers & Education, 49*, 32-53.
- Brown, B., Adhikari, S., Marx, J., Lander, L. & Todd, G. L. (2012). Introduction of ultrasound in to gross anatomy curriculum: perceptions of medical students. *The Journal of Emergency Medicine, 43*, 1098-1102.
- Bujalkova, M. & Jurechova, A. (2003). Application of word-formation models in medical terms fixation. *Bratislavske Lekarske Listy, 104*, 335-338.
- Bullen, T. R., Brown, K., Ogle, K., Liu, Y. T., Jurjus, R. A. (2020). Using ultrasound to teach living anatomy to non-medical graduate. *Students. Surgical and Radiologic Anatomy, 42*, 1383-1392.
- Cankur, N. Ş. (2002). Tıp eğitiminde dil: İ önemi, gelişmesi ve geleceği. *Journal of Uludağ University Medical Faculty, 28*, 29-3.
- Chang, C. A. Y., Cate, O.T., Custers, E., Leeuwen, M. S. V. & Bleys, R. (2019). Approaches of anatomy teaching for seriously resource-deprived countries: A literature review. *Education for Health (Abingdon), 32*, 62-74.
- Chung, E. K., Nam, K. I., Oh, S. A., Han, E. R., Woo, Y. J. & Hitchcock, M. A. (2013). Advance organizers in a gross anatomy dissection course and their effects on academic achievement. *Clinical Anatomy, 26*, 327-332.

- Codd, A. M. & Choudhury, B. (2011). Virtual reality anatomy: is it comparable with traditional methods in the teaching of human forearm musculoskeletal anatomy? *Anatomical Sciences Education*, 4, 119-125.
- Dameraua, K., Beudelsb, M. M., Börtitzc, C., El Baltid, N., Funke, L., Westerholtd, D., Cohneng, J. & Preisfeldh, A. (2022). The effect of teaching with anatomical models in science education on primary school children's understanding of human organs. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 14, 539-555.
- de Barros, N., Rodrigues, C. J., Rodrigues Jr A. J., de Negri Germano M. A. & Cerri, G. G. (2001). The value of teaching sectional anatomy to improve CT scan interpretation. *Clinical Anatomy*, 14, 36-41.
- Dinsmore, C. E., Daugherty, S. & Zeitz, H. J. (1999). Teaching and learning gross anatomy: dissection, prosection, or both of the above? *Clinical Anatomy*, 12, 110-114.
- Dissabandara, L. O., Nirthanan, S. N., Khoo, T. K., & Tedman, R. (2015). Role of cadaveric dissections in modern medical curricula: A study on student perceptions. *Anatomy & Cell Biology*, 48, 205-212.
- Doney, E., Krumdick, L. A., Diener, J. M., Wathen, C. A., Chapman, S. E., Stamile, B., Scott, J. E., Ravosa, M. J., Van Avermaete, T. & Leevy, W. M. (2013). 3D printing of preclinical X-ray computer tomographic data sets. *Journal of Visualized Experiments*, 22, E50250.
- Drake, R. L., McBride, J. M., Lachman, N. & Pawlina, W. (2009). Medical education in the anatomical sciences: the winds of change continue to blow. *Anatomical Sciences Education*, 2, 253-259.
- Eken, E., **Çorumluoğlu, Ö.**, Paksoy, Y., Beşoluk, K. & Kalaycı İ. (2009). A study on evaluation of three---dimensional virtual rabbit kidney models by multidetector computed tomography images. *International Journal of Experimental and Clinical Anatomy*, 3, 40-44.
- Ekinci, M. S. (2015). *Tıp fakültesi anatomi eğitiminde dikey entegrasyon*. Yüksek lisans tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü. Afyonkarahisar.
- Erbek, E. ve Bolatlı G. (2022). Anatomi eğitiminde mobil öğrenmenin öğrencilerin öğrenme becerileri ve motivasyonuna etkisi: sistematik derleme. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 41, 269-284.
- Estai, M. & Bunt, S. (2016). Best teaching practices in anatomy education: A critical review. *Annals of Anatomy-Anatomischer Anzeiger*, 208, 151-157.
- Estaia, M. & Bunt, S. (2016). Best teaching practices in anatomy education: A critical review. *Annals of Anatomy*, 208, 151-157.
- Falah J, Khan S, Alfalah T, Alfalah S F. M., Chan W, Harrison D K., Charissis V. Virtual Reality Medical Training System for Anatomy Education. *Science and Information Conference 2014 August 27-29, 2014 | London, UK*

- Festin, M. P. R. (2023). Anatomy education becomes “Alive”. *Acta Medica Philippina*, 57, 10
- Finn, G. M. & McLachlan, J. C. (2009). A qualitative study of student responses to bodypainting. *Anatomical Sciences Education*, 3, 33-38.
- Finn, G. M. (2015). Using body painting and other art-based approaches to teach anatomy. In: Chan, L.K., Pawlina, W. (Eds.), *Teaching Anatomy*. New York: Springer International Publishing.
- Fruhstorfer, B. H., Palmer, J., Brydges, S. & Abrahams, P. H. (2011). The use of plastinated prosections for teaching anatomy the view of medical students on the value of this learning resource. *Clinical Anatomy*, 24, 246-252.
- Fyfe, G., Fyfe, S., Dye, D. & Crabb, H. (2013). Use of anatomage tables in a large first year core unit. In: Carter, H., Gosper, M., Hedberg, J. (Eds.), *Proceedings of the Electric Dreams 30th Ascilite Conference*. Macquarie University, Sydney.
- Ganguly, P. K. (2010). Teaching and learning of anatomy in the 21st century: direction and the strategies. *The Open Medical Education Journal*, 3, 5-10.
- Gibson, I., Rosen, D. & Stucker, B. (2010). *Additive manufacturing technologies: rapid prototyping to direct digital manufacturing*. New York: Springer International Publishing.
- Ginneken, C. J. G. & Vanthournout, G. (2005). Rethinking the learning and evaluation environment of a veterinary course in gross anatomy: the implementation of an assessment and development center and an e-learning platform. *Journal of Veterinary Medical Education*, 32, 537-543.
- Görgülü Arı, A. & Arslan K. (2019). Prospective science teachers' views about candidates to the types of questions applied in anatomy course exams. *International Journal of Social Science Research*, 8, 185-205.
- Graham, C. (2006). Blended Learning System: Definition, Current Trends, and Future Directions. *The Handbook of Blended Learning*. San Francisco: John Wiley & Sons.
- Hugues, O., Fuchs, P. & Nannipieri, O. (2011). New augmented reality taxonomy: technologies and features of augmented environment. In: Furth, B. (Ed.). *Handbook of Augmented Reality*. New York: Springer International Publishing.
- İnce, H. H. (2019). İnsan anatomisi dersi üzerine biyoloji, okul öncesi ve fen bilgisi eğitimi öğrenci görüşlerinin belirlenmesi. Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 36, 99-105.**
- Janczyk, P., Weigner, J., Luebke-Becker, A., Kaessmeyer, S. & Plendl, J. (2011). Nitrite pickling salt as an alternative to formaldehyde for embalming in veterinary anatomy-A study based on histo- and microbiological analyses. *Annals of Anatomy*, 193, 71-75.

- Jariyapong, P., Punsawad, C., Bunratsami, S. & Kongthong, P. (2016). Body painting to promote self-active learning of hand anatomy for preclinical medical students. *Medical Education*, 21,1.
- Khalil, M. K., Abdel Meguid, E. M. & Elkhider, I. A. (2018). Teaching of anatomical sciences: A blended learning approach. *Clinical Anatomy*, 31, 323-329.
- Kinnison, T., Forrest, N. D., Freat, S. P. & Baillie, S. (2009). Teaching bovine abdominal anatomy: use of a haptic simulator. *Anatomical Sciences Education*, 2, 280-285.
- Korf, H. W., Wicht, H., Snipes, R. L., Timmermans, J. P., Paulsen, F., Rune, G. & Baumgart-Vogt, E. (2008). The dissection course-necessary and indispensable for teaching anatomy to medical students. *Annals of Anatomy*, 190, 16-22.
- König, E. & Liebich, G. (2015). *Veteriner Anatomi (Evcil Memeli Hayvanlar)*. (6. Baskı), Malatya: Medipres Matbaacılık.
- Kunt, H. (2014). Determining the views of students of faculty of education on human anatomy and physiology courses. *Journal of Theory and Practice in Education*, 10, 408-423.
- Latorre, R. M., Garcia-Sanz, M. P., Moreno, M., Hernandez, F., Gil, F., Lopez, O., Ayala, M. D., Ramirez, G., Vazquez, J. M. & Arencibia, A. (2007). How useful is plastination in learning anatomy? *Journal of Veterinary Medical Education*, 34, 172-176.
- Leung, K. K., Lu, K. S., Huang, T. S., Hsieh, B. S. (2006). Anatomy instruction in medical schools: connecting the past and the future. *Advances in health sciences education: theory and practice*, 11, 209-215.
- Liarokapis, F. & Anderson, E. F. (2010). Using augmented reality as a medium to assist teaching in higher education. In *Proceedings of the Eurographics Conference: Eurographics 2010—Education Papers*, Norrköping, Sweden.
- Lim, K. H. A., Loo, Z. Y., Goldie, S. J., Adams, J. W. & Mcmenamin, P.G. (2016). Use of 3D printed models in medical education: a randomized control trial comparing 3D prints versus cadaveric materials for learning external cardiac anatomy. *Anatomical Sciences Education*, 9, 213-221.
- Maani, A., Forma, A., Brachet, A., Czarnek, K., Alashkham, A. & Baj J. (2023). The Future of Morphological Science Education: Learning and Teaching Anatomy in the Wake of the COVID-19 Pandemic. *International Environmental Research and Public Health*, 20, 5367.
- Martinsen S, Jukes N. Towards a humane veterinary education. *J Veter Educ* 2005;32:454-460.
- Mathur, A. S. (2015). Low cost virtual reality for medical training. In: *IEEE Virtual Reality (VR) Conference*, Arles, Camargue.
- McBride, J. M. & Drake, R. L. (2011). Rewarding the resident teacher. *Anatomical Sciences Education*, 4, 227-30.

- McLachlan, J. C., Bligh, J., Bradley, P. & Searle, J. (2004). Teaching anatomy without cadavers. *Medical Education*, 38, 418-424.
- McLachlan, J.C. (2004). New path for teaching anatomy. Living anatomy and medical imaging vs. dissection. *Anatomical Record*, 281, 4-5.
- McMenamin, P. G., Quayle, M. R., McHenry, C. R. & Adams, J. W., 2014. The production of anatomical teaching resources using three-dimensional (3D) printing technology. *Anatomical Sciences Education*, 7, 479-486.
- Mıdık, Ö. ve Kartal M. (2010). Simülasyona dayalı tıp eğitimi. *Marmara Medical Journal*, 23, 389-399.
- Moore, C. L. & Copel, J. A. (2011). Point-of-care ultrasonography. *The New England Journal of Medicine*, 364, 749-757.
- Moro, C., Stromberga, Z., Raikos, A. & Stirling, A. (2017). The effectiveness of virtual and augmented reality in health sciences and medical anatomy. *Anatomical Sciences Education*, 10, 549-559.
- Moxham, B. J. & Plaisant, O. (2007). Perception of medical students towards the clinical relevance of anatomy. *Clinical Anatomy*, 20, 560-564.
- Özkurt, A.** (2003). Tıpta bir geliştirilmiş gerçeklik uygulaması ve başarıyı etkileyen faktörler. *Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Fen ve Mühendislik Dergisi*, 5, 55-68.
- Papa, V. & Vaccarezza, M. (2013). Teaching Anatomy in the XXI Century: New Aspects and Pitfalls. *The Scientific World Journal*, 310348, 1-5.
- Pather, N. (2015). Teaching anatomy: prosections and dissections. In: Chan, L.K.,-Pawlina, W. (Eds.), *Teaching Anatomy*. New York: Springer International Publishing.
- Patten, D. (2007). What lies beneath: the in living anatomy teaching. *Clinical Teacher*, 4, 10-14.
- Pawlina, W. & Lachman, N. (2004). Dissection in learning and teaching gross anatomy: rebuttal to McLachlan. *Anatomical Record. Part B: New Anatomist*, 281, 9-11.
- Petekkaya, E., Karadağ, M. & Dokur, M. (2021). Bibliometric and altmetric analysis of publications examining education methods in realm of anatomy. *The European Research Journal*, 7, 391-408.
- Pettersson, H., Sinkvist, D., Wang, C. & Smedby, O. (2009). Web-based interactive 3D visualization as a tool for improved anatomy learning. *Anatomical Sciences Education*, 2, 61-8.
- Polachova, G. (2001). Synonymy of medical terminology from the point of view of comparative linguistics. *Bratislava Medical Journal*, 102, 174-177.
- Reidenberg, J. S. & Laitman, J. T. (2002). The new face of gross anatomy. *Anatomic Record*, 267, 81-88.

- Richardson, A., Hazzard, M., Challman, S. D., Morgenstein, A. M. & Brueckner, J. K. (2011). A second life for gross anatomy: applications for multi-user virtual environments in teaching the anatomical sciences. *Anatomical Sciences Education*, 4, 39-43.
- Ritter, F., Berendt, B., Fisher, B., Richter, R., Prein B. & (2002). Virtual 3d jigsaw puzzles: studying the effect of exploring spatial relations with implicit guidance. *Mensch und Computer*; 363-372.
- Rizzolo, L. J. & Stewart, W. B. (2006). Should we continue teaching anatomy by dissection when..? *The Anatomical Record. Part B: New Anatomist*, 289, 215-218.
- Salazar, D., Thompson, M., Rosen, A. & Zuniga, J. (2022). Using 3D printing to improve student education of complex anatomy: a systematic review and meta-analysis. *Medical Science Educator*; 2, 1209- 1218.
- Singal, A. (2022). Transforming anatomy education: then and now. *Anatomical Science International* 97, 230-231.
- Smith, C. F. & Mathias, H. S. (2011). What impact does anatomy education have on clinical practice? *Clinical Anatomy*, 24, 113-119.
- Smith, C. F., Tollemache, N., Covill, D. & Johnston, M. (2018). Take away body parts! an investigation into the use of 3D-printed anatomical models in undergraduate anatomy education. *Anatomical Sciences Education*, 11, 44-53.
- Sora, M. C., Jilavu, R. & Matusz, P. (2012). Computer aided three-dimensional reconstruction and modelling of the pelvis, by using plastinated cross sections as a powerful tool for morphological investigations. *Surgical and Radiologic Anatomy*, 34, 731-736.
- Sugand, K., Abrahams, P. & Khurana, A. (2010). The anatomy of anatomy: a review for its modernization. *Anatomical Sciences Education*, 3, 83-93.
- Tam, M. D. (2010). Building virtual models by postprocessing radiology images: A guide for anatomy faculty. *Anatomical Sciences Education*, 3, 261-266.
- Thomas, R. G., William John, N. & Delieu, J. M. (2010). Augmented reality for anatomical education. *Journal of Visual Communication in Medicine*, 33, 6-15.
- Thorson, C. M., Kelly, J. P., Forse, R. A. & Turaga, K. K. (2011). Can we continue to ignore gender differences in performance on simulation trainers? *Journal of Laparoendoscopic & Advanced Surgical Techniques*, 21, 329-333.
- Van der Veken, J., Valcke, M., Muijtjens, A., De Maeseneer, J. & Derese, A. (2008). The potential of the inventory of learning styles to study students' learning patterns in three types of medical curricula. *Medical Teacher*; 30, 863-869.
- Von Hagens, G., Tiedemann, K. & Kriz, W. (1987). The current potential of plastination. *Anatomy and Embryology*, 175, 411-421.

- Waithaka, M., Kipkorir, V., Munguti, J. & Olabu B. (2023). A review of modern anatomy teaching practices. *Anatomy Journal of Africa*, 12, 2337-2339.
- Wanggren, K., Pettersson, G., Csemiczky, G. & Gemzell-Danielsson, K. (2005). Teaching medical students gynaecological examination using professional patients evaluation of students' skills and feelings. *Medical Teacher*, 27, 130-135.
- Wilson, A. B., Miller C. H., Klein, B. A., Taylor, M. A, Goodwin, M., Boyle, E. K., Brown, K., Hoppe, C. & Lazarus M. (2018) A meta-analysis of anatomy laboratory pedagogies. *Clinical Anatomy*, 31, 122-133.
- Winkelmann, A., Hendrix, S. & Kiessling, C. (2007). What do students actually do during a dissection course? First steps towards understanding a complex learning experience. *Academic Medicine*, 82, 989-995.
- Witowski, J. (2016). 3D-printed anatomical models for tactile teaching visually-impaired students. *Conference: Codziennosc osob niepełnosprawnych w sferze publicznej i prywatnej*, Cieszyn: Oficyna Wydawnicza „Nowa Matura.
- Wright, S. A. & Bell, A. L. (2008). Enhancement of undergraduate rheumatology teaching through the use of musculoskeletal ultrasound. *Rheumatology (Oxford)*, 47,1564-1566.
- Yamada, K., Taniura, T., Tanabe, S., Yamaguchi, M., Azemoto, S. & Wisner, E. R. (2007) The use of multi- detector row computed tomography (MDCT) as an alternative to specimen preparation for anatomical instruction. *Journal of Veterinary Medical Education*, 34, 143-150.
- Ye, Z., Jiang, H., Bai, S., Wang, T., Yang, D., Hou, H., Zhang, Y. & Yi, S. (2023). Meta-analyzing the efficacy of 3D printed models in anatomy education. *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*, 11, 1117555.
- Yeager, V. L. (1996). Learning gross anatomy: dissection and prosection. *Clinical Anatomy*, 9, 57-59.
- Yıldırım, M. (2013). *Sistematik Anatomi* (1. baskı). **İstanbul**: Nobel Tıp Kitabevi.
- Youssef, S. (2021). Different approaches for teaching and learning anatomy and future directions. *Indian Journal of Clinical Anatomy and Physiology*, 8, 1-6.

BÖLÜM 5

INTUITIONISTIC FUZZY LEIBNIZ ALGEBRAS

Nil MANSUROĞLU¹

¹ Department of Mathematics, Kırşehir Ahi Evran University, Turkey

Email: nil.mansuroglu@ahievran.edu.tr

Assoc.Prof.Dr. Nil MANSUROĞLU, Kırşehir Ahi Evran University

ORCID ID: 0000-0002-6400-2115

1. INTRODUCTION

Leibniz algebra was first initiated by Loday [16]. In paper [17], Loday and Pirashvii investigated these algebras from the point of view of homological algebras. There have been many papers including the results on the differentiations and the similarities among Lie and Leibniz algebras. Leibniz algebra is applied in different disciplines, including hyperbolic, physics and differential equations.

Zadeh in the paper [22] of 1965 described the notion of fuzzy sets. Fuzzy set has aroused major interests among mathematicians studying in different domains, which was studied in many papers (see [18, 22]). Then Akram [5] studied the fuzzy Lie algebras. The definitions of fuzzy ideal and fuzzy subalgebra in Lie algebras were given by Yedia in [20]. Then, Atanassov in [6, 7] presented the definition of intuitionistic fuzzy set and its properties. Our primary beginning motivation is presented by the work [2] of Akram in 2007 which started the study of intuitionistic fuzzy Leibniz algebras. In this work, we first describe intuitionistic (shortly int.) fuzzy Leibniz algebras and then we state several of fundamental properties on int. fuzzy Leibniz algebras.

2. PRELIMINARIES

We give some necessary concepts and their properties throughout this section (see [8, 9] for more details).

Given a field F of characteristic 0. If an algebra L over F with the product $[,]: L \times L \rightarrow L$ holds the Leibniz identity

$$[[a, b], c] = [a, [b, c]] - [b, [a, c]]$$

for any $a, b, c \in L$, then we say that L is a (left) Leibniz algebra. The rest of this paper, left Leibniz algebra will be used. We give the left normed convention for Leibniz brackets.

Consider a subspace S of L , if we have $[a, b] \in S$ for each $a, b \in S$, then this subspace is said to be a Leibniz subalgebra. Moreover, we say that S is an ideal of L , if $[a, b]$ and $[b, a]$ in S for any $a \in S$ and $b \in L$.

Given a common set D . A fuzzy set g in D is described as a mapping $g: D \rightarrow [0,1] \subset \mathbb{R}$. Given any fuzzy set g of D , the set $g(D) = \{g(w) | w \in D\}$ is said to be the image of g and also the set $g^* = \{w \in D | g(w) > 0\}$ is said to be the support of g . For every real number $s \in [0,1]$, the subset $(g)_s = \{w \in D | g(w) \geq s\}$ is said an s -level set of g . Moreover, the fuzzy empty set in D is represented by 0_D and is described as $0_D(w) = 0$ for every $w \in D$. The fuzzy whole set in D is represented by 1_D and is introduced as $1_D(w) = 1$ for all $w \in D$.

We define an interval number N as an interval $[n^-, n^+]$ with $0 \leq \text{Inf}n \leq \text{Sup}n \leq 1$ and the set which consists of whole interval numbers is represented by $N[0,1]$. Given two interval numbers $N_1 = [n_1^-, m_1^+]$ and $N_2 = [n_2^-, m_2^+]$ in $N[0,1]$. An interval-valued fuzzy set (shortly int-val. fuz. set) C in D is defined as

$$C = \{(w, [g_C^-(w), g_C^+(w)]) | w \in D\}$$

where $g_C^-(w)$ and $g_C^+(w)$ are fuzzy sets of D such that $g_C^-(w) \leq g_C^+(w)$ for all $w \in D$. If $\bar{g}_C(w) = [g_C^-(w), g_C^+(w)]$, then $C = \{(w, \bar{g}_C(w)) | w \in D\}$ where $\bar{g}_C: D \rightarrow [0,1]$.

Given a vector space S over F and a fuzzy subset g in S . If g holds the following statements

- (i) $g(w + q) \geq \min \{g(w), g(q)\}$ for all $w, q \in S$,
- (ii) $g(\alpha w) \geq g(w)$ for all $w \in S, \alpha \in F$,

then g is said to be a fuzzy subspace of S . It is not hard to obtain that $g(-w) \geq g(w)$ and $g(0) \geq g(w)$ for all $w \in D$.

Consider a Leibniz algebra L over F . A map $g: L \rightarrow [0,1]$ is said to be a fuzzy Leibniz subalgebra of L over F , if the map g holds the following properties

- (i) $g(w + q) \geq \min\{g(w), g(q)\}$,
- (ii) $g(\alpha w) \geq g(w)$,
- (iii) $g([w, q]) \geq \min \{g(w), g(q)\}$

for all $w, q \in L, \alpha \in F$. We say that a map $g: L \rightarrow [0,1]$ is a fuzzy Leibniz ideal of L over F if it holds the next statements

$$(i) \quad g(w + q) \geq \min\{g(w), g(q)\}$$

$$(ii) \quad g(\alpha w) \geq g(w)$$

$$(iii) \quad g([w, q]) \geq g(w) \text{ and } g([w, q]) \geq g(q)$$

for all $w, q \in L, \alpha \in F$. It is clear to see that each fuzzy Leibniz ideal is a fuzzy Leibniz subalgebra. Given an int-val. fuz. set \bar{g} of L , we say that it is an int-val. fuz. Leibniz ideal of L if it holds

$$(i) \quad \bar{g}(w + q) \geq \min\{\bar{g}(w), \bar{g}(q)\}$$

$$(ii) \quad \bar{g}(\alpha w) \geq \bar{g}(w)$$

$$(iii) \quad \bar{g}([w, q]) \geq \bar{g}(w) \text{ and } \bar{g}([w, q]) \geq \bar{g}(q)$$

for all $w, q \in L, \alpha \in F$.

3. INTUITIONISTIC FUZZY LEIBNIZ ALGEBRAS

Here, the main definitions and consequences are presented.

Definition 3.1. Let $g, h: L \rightarrow [0,1]$ be two fuzzy sets in a Leibniz algebra L . The levels of affiliation and non-affiliation of each $w \in L$ to C are represented by $g_C(w)$ and $h_C(w)$ respectively. Then a complex map $C = (g_C, h_C): L \rightarrow [0,1] \times [0,1]$ is said to be an int. fuzzy set g in L if $g_C(w) + h_C(w) \leq 1$ for all $w \in L$. Moreover, the int. fuzzy empty set in D is represented by 0^* and is described as $0^*(w) = (0,1)$ for any $w \in L$. Whole set in L is denoted by 1^* and defined as $1^*(w) = (1,0)$ for all $w \in L$.

Definition 3.2. A map $C = (g_C, h_C): L \rightarrow [0,1] \times [0,1]$ is said to be an int. fuzzy Leibniz subalgebra if it holds the next statements

$$(i) \quad g_C(w + q) \geq \min\{g_C(w), g_C(q)\} \text{ and } h_C(w + q) \leq \max\{h_C(w), h_C(q)\}$$

$$(ii) \quad g_C(\alpha w) \geq g_C(w) \text{ and } h_C(\alpha w) \leq h_C(w)$$

$$(iii) \quad g_C([w, q]) \geq \min\{g_C(w), g_C(q)\} \text{ and } h_C([w, q]) \leq \max\{h_C(w), h_C(q)\}$$

for all $w, q \in L, \alpha \in F$.

Definition 3.3. A map $C = (g_C, h_C): L \rightarrow [0,1] \times [0,1]$ is said to be an int. fuzzy Leibniz ideal if it holds the next properties

$$(i) \quad g_C(w + q) \geq \min\{g_C(w), g_C(q)\} \text{ and } h_C(w + q) \leq \max\{h_C(w), h_C(q)\}$$

$$(ii) \quad g_C(\alpha w) \geq g_C(w) \text{ and } h_C(\alpha w) \leq h_C(w)$$

$$(iii) \quad g_C([w, q]) \geq \min\{g_C(w), g_C(q)\} \text{ and } h_C([w, q]) \leq \max\{h_C(w), h_C(q)\}$$

$$(iv) \quad g_C([w, q]) \geq g(w) \text{ and } h_C([w, q]) \geq h(q)$$

$$(v) \quad g_C([w, q]) \leq g(w) \text{ and } h_C([w, q]) \leq h(q)$$

for all $w, q \in L, \alpha \in F$.

By (ii), it is easy to obtain that

$$g_C(0) \geq g_C(w), \quad h_C(0) \leq h_C(w), \quad g_C(-w) \geq g_C(w), \quad h_C(-w) \leq h_C(w).$$

Proposition 3.1. Each int. fuzzy Leibniz ideal is an int. fuzzy Leibniz subalgebra.

But, in general, every int. fuzzy Leibniz subalgebra is not int. fuzzy Leibniz ideal.

Theorem 3.2. $C = (g_C, h_C)$ is an int. fuzzy Leibniz subalgebra on L if and only if $K(g_C, s) = \{w \in L \mid g_C(w) \geq s\}$ and $L(h_C, t) = \{w \in L \mid h_C(w) \leq t\}$ are Leibniz subalgebras of L for every $s, t \in [0,1]$.

Proof. First, presume that g^- and g^+ are fuzzy Leibniz ideals of L . We need to show that \bar{g} satisfies all conditions of fuzzy Leibniz ideal. Then

$$\begin{aligned} \bar{g}(w + q) &= [g^-(w + q), g^+(w + q)] \\ &\geq [\min\{g^-(w), g^-(q)\}, \min\{g^+(w), g^+(q)\}] \\ &= [\min\{g^-(w), g^+(w)\}, \min\{g^-(q), g^+(q)\}] \\ &= \min\{\bar{g}(w), \bar{g}(q)\} \end{aligned}$$

for all $w, q \in L$. Moreover, by using a similar way, we obtain that

$$\bar{g}(\alpha w) \geq \bar{g}(w)$$

and

$$\bar{g}([w, q]) \geq \bar{g}(w) \text{ and } \bar{g}([w, q]) \geq \bar{g}(q)$$

for all $w, q \in L, \alpha \in F$. This means that \bar{g} is an int-val. fuz. Leibniz ideal of L . Now, inversely, suppose that \bar{g} is an int-val. fuz. Leibniz ideal. Then

$$\begin{aligned} [g^-(w + q), g^+(w + q)] &= \bar{g}(w + q) \\ &\geq \min\{\bar{g}(w), \bar{g}(q)\} \\ &= [\min\{g^-(w), g^+(w)\}, \min\{g^-(q), g^+(q)\}] \\ &= [\min\{g^-(w), g^-(w)\}, \min\{g^+(p), g^+(q)\}] \end{aligned}$$

for all $w, q \in L$. Hence,

$$g^-(w + q) \geq \min\{g^-(w), g^-(q)\} \text{ and } g^+(w + q) \geq \min\{g^+(w), g^+(q)\}.$$

The verification of $\bar{g}(\alpha w) \geq \bar{g}(w), \bar{g}([w, q]) \geq \bar{g}(w)$ and $\bar{g}([w, q]) \geq \bar{g}(q)$ is analogous. This shows that g^- and g^+ are fuzzy Leibniz ideals of L . \square

Example 3.1. Given a Leibniz algebra L over F having the basis $P = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$ by the following multiplication rule:

$$\begin{aligned} [s_2, s_1] &= -s_2, & [s_3, s_2] &= s_5, & [s_4, s_1] &= s_5, \\ & & [s_1, s_5] &= s_5, & & \\ [s_2, s_3] &= s_4, & [s_1, s_2] &= s_2, & [s_1, s_4] &= s_4, \\ & & [s_5, s_1] &= -s_5, & & \end{aligned}$$

other products are zero. An int-val. fuz. set \bar{g} in L is described by $\bar{g}(w) = [g^-(w), g^+(w)]$ where

$$g^-(w) = \begin{cases} 0.4, & \text{if } w = s_1 \\ 0.6, & \text{otherwise} \end{cases}$$

and

$$g^+(w) = \begin{cases} 0.5, & \text{if } w = s_2 \\ 0.7, & \text{otherwise} \end{cases}$$

are fuzzy sets . By Theorem 3.2, \bar{g} is an int-val. fuz. set Leibniz ideal of L .

Theorem 3.3. Every non-empty upper levels of int-val. fuz. Leibniz ideals of L is a Leibniz ideal of L .

Proof. Suppose that \bar{g} is an int-val. fuz. Leibniz ideal of L and $[r, t] \in N[0,1]$ such that $K(\bar{g}, [r, t]) \neq \emptyset$. If $w \in K(\bar{g}, [r, t])$ and $q \in K(\bar{g}, [r, t])$, then $\bar{g}(w) \geq [r, t]$ and $\bar{g}(q) \geq [r, t]$. Hence

$$\bar{g}(w + q) \geq \min\{\bar{g}(w), \bar{g}(q)\} \geq [r, t],$$

$$\bar{g}(\alpha w) \geq \bar{g}(w) \geq [r, t],$$

$$\bar{g}([w, q]) \geq \bar{g}(w) \geq [r, t],$$

$$\bar{g}([w, q]) \geq \bar{g}(q) \geq [r, t].$$

As a result, $w + q \in K(\bar{g}, [r, t])$, $\alpha w \in K(\bar{g}, [r, t])$ and $[w, q] \in K(\bar{g}, [r, t])$. This shows

that $K(\bar{g}, [r, t])$ is a Leibniz ideal of L . \square

Definition 3.4. Given a homomorphism $\theta: L_1 \rightarrow L_2$ of Leibniz algebras and any int-val. fuz. set g in L_2 , An int-val. fuz. set \bar{g}^θ in L_1 is described by $\bar{g}^\theta(w) = \bar{g}(\theta(w))$ for all $w \in L_1$.

Lemma 3.4. Given a homomorphism $\theta: L_1 \rightarrow L_2$ of Leibniz algebras. If \bar{g} is an

int-val. fuz. Leibniz ideal of L_2 , then \bar{g}^θ is an int-val. fuz. Leibniz ideal of L_1 .

Proof. Let $w, q \in L_1$ and $\alpha \in F$. Then

$$\bar{g}^\theta(w + q) = \bar{g}(\theta(w + q)) = \bar{g}(w + q) \geq \min\{\bar{g}(w), \bar{g}(q)\}$$

$$= \min\{\bar{g}^\theta(w), \bar{g}^\theta(q)\},$$

$$\bar{g}^\theta(\alpha w) = \bar{g}(\theta(\alpha w)) = \bar{g}(\alpha\theta(w)) \geq \bar{g}(\theta(w)) = \bar{g}^\theta(w),$$

$$\begin{aligned}\bar{g}^\theta([w, q]) &= \bar{g}(\theta([w, q])) = \bar{g}([\theta(w), \theta(q)]) \geq \bar{g}(\theta(w)) \\ &= \bar{g}^\theta(w),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{g}^\theta([w, q]) &= \bar{g}(\theta([w, q])) = \bar{g}([\theta(w), \theta(q)]) \geq \bar{g}(\theta(q)) \\ &= \bar{g}^\theta(q),\end{aligned}$$

This implies that \bar{g}^θ is an int-val. fuz. Leibniz ideal of L_1 . \square

Theorem 3.5. Given an epimorphism $\theta: L_1 \rightarrow L_2$ of Leibniz algebras. Then \bar{g} is

an int-val. fuz. Leibniz ideal of L_2 if and only if \bar{g}^θ is an int-val. fuz. Leibniz ideal of L_1 .

Proof. By Lemma 3.4, we prove the first part, this is, \bar{g}^θ is an int-val. fuz. Leibniz ideal of L_1 . As θ is surjective, for any $w, q \in L_2$, there are $n, m \in L_1$ such that $w = \theta(n)$ and $q = \theta(m)$. Therefore, $\bar{g}(w) = \bar{g}^\theta(n)$ and $\bar{g}(q) = \bar{g}^\theta(m)$. Thus,

$$\begin{aligned}\bar{g}(w + q) &= \bar{g}(\theta(n) + \theta(m)) = \bar{g}(n + m) = \bar{g}^\theta(n + m) \\ &\geq \min\{\bar{g}^\theta(n), \bar{g}^\theta(m)\}\end{aligned}$$

$$= \min\{\bar{g}(w), \bar{g}(q)\},$$

$$\bar{g}(\alpha w) = \bar{g}(\alpha \theta(n)) = \bar{g}(\theta(\alpha n)) = \bar{g}^\theta(\alpha n) \geq \bar{g}(\theta(n)) = \bar{g}(w),$$

$$\bar{g}([w, q]) = \bar{g}([\theta(n), \theta(m)]) = \bar{g}(\theta([n, m])) \geq \bar{g}(\theta(n)) = \bar{g}(p),$$

$$\bar{g}([w, q]) = \bar{g}([\theta(n), \theta(m)]) = \bar{g}(\theta([n, m])) \geq \bar{g}(\theta(m)) = \bar{g}(q).$$

Consequently, we obtain the required result. \square

REFERENCES

- [1] M. Akram, Anti fuzzy Lie ideals of Lie algebras, Quasigroups and related systems, 14 (2006), 123-132.
- [2] M. Akram, Intuitionistic fuzzy Lie algebras, Southeast Asian Bulletin of Mathematics, 31 (2007), 843-855.
- [3] M. Akram, Fuzzy Lie ideals of Lie algebras with interval-valued membership functions, Quasigroups and related systems, 16 (2008), 1-12.
- [4] M. Akram and K.P. Shum, Fuzzy Lie ideals over a fuzzy field, Italian Journal of Pure and Applied Mathematics, 27 (2010), 281-292.
- [5] M. Akram, Fuzzy Lie Algebras, Infosys Science Foundation Series in Mathematical Sciences, Springer, 9 (2018), 1-302.
- [6] K.T. Atanassov, Intuitionistic fuzzy sets, VII ITKR's Session, Sofia (deposed in Central Science-Technical Library of Bulgarian Academy of Science, 1697/84), (in Bulgarian) (1983).
- [7] K.T. Atanassov, Intuitionistic fuzzy sets, Fuzzy Sets and Systems, 20 (1986), 87-96.
- [8] A.M. Bloh, A generalization of the concept of Lie algebra, Dokl. Akad. Nauk SSSR, 165 (1965), 471-473.
- [9] A.M. Bloh, A certain generalization of the concept of Lie algebra, Algebra and Number Theory, Moskow. Gos. Ped. Inst. U^{cen.} 375 (1971), 9-20.
- [10] B. Davvaz, Fuzzy Lie algebras, Intern. J. Appl. Math., 6 (2001), 449-461.
- [11] B. Davvaz, A note on fuzzy Lie algebras, Intern. JP J.. Algebra Number Theory Appl., 2 (2002), 131-136.

[12] I. Demir, K.C. Misra and E. Stitzinger, On some structures of Leibniz algebras, Recent

Advances in Representation Theory, Quantum Groups, Algebraic Geometry, and Related

Topics Contemporary Mathematics, 623 (2014), 41-54.

[13] J.C.M. Ferreira and M.G.B. Marietto, Solvable and nilpotent radicals of the fuzzy Lie

algebras, Journal of generalized Lie theory and applications, 6 (2012).

[14] Q. Keyun, Q. Quanxi and C. Chaoping, Some properties of fuzzy Lie algebras, J. Fuzzy

Math., 9 (2001), 985-989.

[15] C.G. Kim and D.S. Lee, Fuzzy Lie ideals and fuzzy Lie subalgebras, Fuzzy sets and systems, 94 (1998), 101-107.

[16] J.L. Loday, Une version non commutative des algèbres de Lie: les algèbres de Leibniz,

Enseing. Math., 39 (1993), 269-293.

[17] J.L. Loday, T. Pirashvili, Universal enveloping algebras of Leibniz algebras and

(co)homology, Math. Ann., 269, (1), (1993) 139-158.

[18] R. Lowen, Convex fuzzy sets, Fuzzy Sets and Systems, 3 (1980), 291-310.

[19] N. Mansuroğlu, Fuzzy Leibniz ideals and fuzzy Leibniz subalgebras, Southeast Asian Bulletin of Mathematics, (2024) 48: 1-14.

[20] S.E.B. Yedia, Fuzzy ideals and fuzzy subalgebras of Lie algebras, Fuzzy sets and systems, 80 (1996), 237-244.

[21] S.E.B. Yedia, The adjoint representation of fuzzy Lie algebras, Fuzzy sets and systems, 119 (2001), 409-417.

[22] L.A. Zadeh, Fuzzy sets, Information and Control, 8 (1965), 338-353.

[23] L.A. Zadeh, The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning, Part 1, *Information Sci.*, 8 (1975), 199-249.

